



10. Übungsblatt zu Einführung in die Computationale Logik, SS 2003

Prof. Dr. Gert Smolka, Marco Kuhlmann, MSc
<http://www.ps.uni-sb.de/courses/cl-ss03/>

Lesen Sie im Skript: Kapitel 7 (Achtung: Neue Version!)

Aufgabe 10.1: Schwächste Vorbedingungen Sei $B = \{Z = X \cdot Y\}$. Geben Sie für die folgenden Programme jeweils eine schwächste Vorbedingung für B an.

- (a) $X := X$
- (b) $Z := X$
- (c) if $X \leq Y$ then $Z := X + Y$ else skip
- (d) while $X \leq X$ do $X := X$

Aufgabe 10.2: Schwächste Vorbedingungen Bestimmen Sie die schwächsten Vorbedingungen für

- (a) $(X := X + 1)^*$ und $\{X > 5\}$,
- (b) $(X := X + 1)^*$ und $\{X < 5\}$,
- (c) while $X \leq 7$ do $X := X + 1$ und $\{X \geq 8\}$.

Aufgabe 10.3: Notwendigkeitsoperator Beschreiben Sie den Notwendigkeitsoperator \mathcal{N} für Programme auf drei verschiedene Arten:

- (a) mithilfe der Denotationsfunktion \mathcal{R} für Programme,
- (b) mithilfe der Funktion \mathcal{N}' ,
- (c) mithilfe der durch die Verifikationsregeln definierten Menge IPC .

Aufgabe 10.4: Partielle Korrektheitsaussagen Beschreiben Sie die Menge

$$M = \{A p B \in PCA \mid \exists A' \subseteq \Sigma: A \subseteq A' \wedge A' p B \in IPC\}$$

auf zwei verschiedene Arten:

- (a) mithilfe des Notwendigkeitsoperators \mathcal{N} für Programme,
- (b) mithilfe der Denotationsfunktion \mathcal{R} für Programme.

Aufgabe 10.5: Zuweisung Viele Anfänger glauben, dass

$$B(X := a)B[X := a]$$

für jede Bedingung B und jede Zuweisung $X := a$ eine gültige partielle Korrektheitsaussage ist. Zeigen Sie mit einem Gegenbeispiel, dass dies nicht der Fall ist.

Aufgabe 10.6: Until-Schleifen Leiten Sie eine Verifikationsregel für Until-Schleifen

$$\text{do } p \text{ until } b \rightsquigarrow p; (\neg b?; p)^*; b?$$

aus den Verifikationsregeln für reguläre Programme ab.

Aufgabe 10.7: For-Schleifen Leiten Sie eine Verifikationsregel für For-Schleifen

$$\text{for } X \text{ to } a \text{ do } p \rightsquigarrow ((X \leq a)?; p; X := X + 1)^*; (X > a)?$$

aus den Verifikationsregeln für reguläre Programme ab.

Aufgabe 10.8: Quadrieren Sei das Programm

$$Y := 0; Z := 0; (\text{while } Z \leq X - 1 \text{ do } Y := Y + Z + Z + 1; Z := Z + 1)$$

und die Spezifikation $(\{X \geq 0\}, \{Y = X^2\})$ gegeben.

- (a) Nennen Sie die Verifikationsbedingungen für das Programm und die Spezifikation.
- (b) Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen erfüllt sind.

Aufgabe 10.9: Multiplizieren Sei das Programm

$$Z := 0; C := X + X; \text{while } C \geq 1 \text{ do } (Z := Z + Y; C := C - 2)$$

und die Spezifikation $(\{X \geq 0\}, \{Z = X \cdot Y\})$ gegeben.

- (a) Nennen Sie die Verifikationsbedingungen für das Programm und die Spezifikation.
- (b) Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen erfüllt sind.

Aufgabe 10.10: Quadratwurzel Sei das Programm

$$N := 1; (\text{while } N * N \leq X \text{ do } N := N + 1); N := N - 1$$

und die Spezifikation $(\{X \geq 0\}, \{N^2 \leq X < (N + 1)^2\})$ gegeben. Wir nehmen an, dass die arithmetischen Ausdrücke für Programme um Multiplikation erweitert sind.

- (a) Nennen Sie die Verifikationsbedingungen für das Programm und die Spezifikation.
- (b) Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen erfüllt sind.
- (c) Sei die erste Zuweisung des Programms zu $N := 0$ verändert. Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen für das geänderte Programm und die obige Spezifikation erfüllt sind.