



9. Übungsblatt zu Computationale Logik, SS 2004

Prof. Dr. Gert Smolka, Marco Kuhlmann (MSc)

<http://www.ps.uni-sb.de/courses/c1-ss04/>

Lesen Sie im Skript: Kapitel 7

Aufgabe 9.1 (Schwächste Vorbedingungen) Sei $B = \{Z = X \cdot Y\}$. Geben Sie für die folgenden Programme jeweils eine schwächste Vorbedingung für B an.

- $X := X$
- $Z := X$
- if $X \leq Y$ then $Z := X + Y$ else skip
- while $X \leq X$ do $X := X$

Aufgabe 9.2 (Schwächste Vorbedingungen) Bestimmen Sie die schwächsten Vorbedingungen für

- $(X := X + 1)^*$ und $\{X > 5\}$,
- $(X := X + 1)^*$ und $\{X < 5\}$,
- while $X \leq 7$ do $X := X + 1$ und $\{X \geq 8\}$.

Aufgabe 9.3 (Notwendigkeitsoperator) Beschreiben Sie den Notwendigkeitsoperator \mathcal{N} für Programme auf drei verschiedene Arten:

- mithilfe der Denotationsfunktion \mathcal{R} für Programme,
- mithilfe der Funktion \mathcal{N}' ,
- mithilfe der durch die Verifikationsregeln definierten Menge IPC .

Aufgabe 9.4 (Partielle Korrektheitsaussagen) Beschreiben Sie die Menge

$$M = \{ApB \in \mathcal{P}(\Sigma) \times Pro \times \mathcal{P}(\Sigma) \mid \exists A' \subseteq \Sigma: A \subseteq A' \wedge A'pB \in IPC\}$$

auf zwei verschiedene Arten:

- mithilfe des Notwendigkeitsoperators \mathcal{N} für Programme,
- mithilfe der Denotationsfunktion \mathcal{R} für Programme.

Aufgabe 9.5 (Zuweisung) Viele Anfänger glauben, dass

$$B(X := a)B[X := a]$$

für jede Bedingung B und jede Zuweisung $X := a$ eine gültige partielle Korrektheitsaussage ist. Zeigen Sie mit einem Gegenbeispiel, dass dies nicht der Fall ist.

Aufgabe 9.6 (Until-Schleifen) Leiten Sie eine Verifikationsregel für Until-Schleifen

$$\text{do } p \text{ until } b \stackrel{\text{def}}{=} p; (\neg b?; p)^*; b?$$

aus den Verifikationsregeln für reguläre Programme ab.

Aufgabe 9.7 (For-Schleifen) Leiten Sie eine Verifikationsregel für For-Schleifen

$$\text{for } X \text{ to } a \text{ do } p \stackrel{\text{def}}{=} ((X \leq a)?; p; X := X + 1)^*; (X > a)?$$

aus den Verifikationsregeln für reguläre Programme ab.

Aufgabe 9.8 (Quadrieren) Sei das Programm

$$Y := 0; Z := 0; \text{while } Z \leq X - 1 \text{ do } (Y := Y + Z + Z + 1; Z := Z + 1)$$

und die Spezifikation $(\{X \geq 0\}, \{Y = X^2\})$ gegeben.

- Geben Sie die Verifikationsbedingungen für das Programm und die Spezifikation an.
- Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen erfüllt sind.

Aufgabe 9.9 (Multiplizieren) Sei das Programm

$$Z := 0; C := X + X; \text{while } C \geq 1 \text{ do } (Z := Z + Y; C := C - 2)$$

und die Spezifikation $(\{X \geq 0\}, \{Z = X \cdot Y\})$ gegeben.

- Geben Sie die Verifikationsbedingungen für das Programm und die Spezifikation an.
- Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen erfüllt sind.

Aufgabe 9.10 (Quadratwurzel) Sei das Programm

$$N := 1; (\text{while } N * N \leq X \text{ do } N := N + 1); N := N - 1$$

und die Spezifikation $(\{X \geq 0\}, \{N^2 \leq X < (N + 1)^2\})$ gegeben. Wir nehmen an, dass die arithmetischen Ausdrücke für Programme um Multiplikation erweitert sind.

- a) Geben Sie die Verifikationsbedingungen für das Programm und die Spezifikation an.
- b) Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen erfüllt sind.
- c) Sei die erste Zuweisung des Programms zu $N := 0$ verändert. Geben Sie eine Invariante an, sodass die Verifikationsbedingungen für das geänderte Programm und die obige Spezifikation erfüllt sind.