IV. Übungsblatt "Informatik I" WS 95/96

Christian Schulte, Prof. Gert Smolka

Ausgabe: 10. November 1995 **Abgabe:** 17. November 1995 vor der Vorlesung

Aufgabe IV.1 (Paarfunktion (6)) Eine *Paarfunktion* ist eine injektive Abbildung:

$$\text{paar} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}.$$

1. Argumentieren Sie, daß es *Projektionsfunktionen* paar-1 : $\mathbb{N} \to \mathbb{N} \cup \{\texttt{\#f}\}$ und paar-2 : $\mathbb{N} \to \mathbb{N} \cup \{\texttt{\#f}\}$ gibt, für die

   $$\text{paar-1}(k) := \begin{cases} i & \text{falls } \exists j \in \mathbb{N} : k = \text{paar}(i,j) \\ \texttt{\#f} & \text{sonst} \end{cases}$$

   und

   $$\text{paar-2}(k) := \begin{cases} j & \text{falls } \exists i \in \mathbb{N} : k = \text{paar}(i,j) \\ \texttt{\#f} & \text{sonst} \end{cases}$$

   gilt.

2. Argumentieren Sie, daß

   $$\text{paar}(i,j) := 2^i 3^j$$

   eine Paarfunktion ist.

3. Definieren Sie induktiv Projektionsfunktionen paar-1 und paar-2, die für die obige Paarfunktion paar geeignet sind.

4. Implementieren Sie die paar Funktion als Scheme Prozedur `(paar i j)`. Benutzen Sie dabei die `exp` Prozedur vom letzten Übungsblatt.

5. Schreiben Sie zwei rekursive Scheme Prozeduren `(paar-1 k)` und `(paar-2 k)`.

6. Überzeugen Sie sich an Beispielen, daß Ihre Kodierung funktioniert.

Aufgabe IV.2 (Zahlentripel und Zahlenquadrupel (6)) Aufbauend auf den Techniken, die Sie in der vorherigen Aufgabe kennengelernt haben, können wir jetzt auch Tripel und Quadrupel von natürlichen Zahlen kodieren.

1. Geben Sie eine injektive Funktion $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, und implementieren Sie diese als Scheme Prozedur `(tripel i j k)`, die zu dem Zahlentripel `(i j k)` eine Zahl berechnet.

2. Definieren Sie Scheme Prozeduren `tripel-1`, `tripel-2` und `tripel-3`, so daß folgendes gilt:

   `(tripel-1 (tripel i j k))` evaluiert zu `i`
   `(tripel-2 (tripel i j k))` evaluiert zu `j`
   `(tripel-3 (tripel i j k))` evaluiert zu `k`

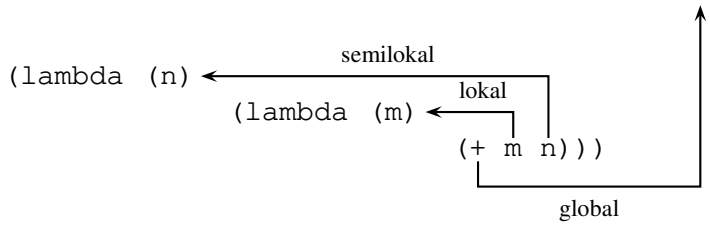
3. Definieren Sie analog dazu Scheme Prozeduren `(quadrupel i j k l)`, `quadrupel-1`, `quadrupel-2`, `quadrupel-3` und `quadrupel-4`.

Aufgabe IV.3 (Semantikbäume (10)) Gegeben seien die folgenden Ausdrücke:

1. `(define p (lambda (n) (lambda (m) (+ n m))))`
2. `(define q (lambda (n m) (* ((p n) m) ((p m) n))))`
3. `(define r (lambda (n) (lambda (n) (+ (q n 4) n))))`
4. `(define s ((r 4) 2))`
5. `(define q (lambda (n) (lambda (m) (if (< s m) n (p m)))))`

1. Führen Sie für jeden der in den Definitionen auftretenden Ausdrücke eine Bindungsanalyse durch, wie Sie sie in der Vorlesung kennengelernt haben. Geben Sie dabei für jedes Auftreten eines Namens an, ob es lokal, semilokal oder global ist. Zeichnen Sie dabei jeweils ein Diagramm, das die Blockschachtelung zeigt.

   Für den Ausdruck in der ersten Definition sieht das Diagramm wie folgt aus:



2. Nehmen Sie jetzt an, daß die Definitionen in der oben angegebenen Reihenfolge vom Interpretierer evaluiert werden, wobei der Interpretierer mit einer globalen Umgebung beginnt, die nur die Namen der primitiven Prozeduren enthält. Geben Sie die globalen Umgebungen des Interpretierers jeweils nach Auswertung der Definitionen an!

3. Geben Sie zu jedem Ausdruck je zwei verschiedene Darstellungen des Semantikbaumes an, wie Sie sie in der Vorlesung kennengelernt haben. Dabei soll eine Darstellung

   - die Transitionen explizit machen, die andere
   - die Namen aller angewendeten Regeln darstellen.

Zusatzaufgabe IV.4 (Münzwechseln (10)) In der Vorlesung werden Sie eine rekursive Prozedur zum Münzwechseln kennenlernen. Geben Sie dazu eine iterative Version an!
Um sich die Sache etwas einfacher zu machen, genügt es, wenn Sie nur zwei oder drei verschiedene Arten von Münzen betrachten (Vergleiche auch Aufgabe 1.9 im Buch).

Bitte denken Sie daran, Ihre Aufgabenblätter mit Namen und Übungsgruppennummer deutlich zu kennzeichnen!