6. Übungsblatt zu Logik, Semantik und Verifikation SS 2001

Prof. Dr. Gert Smolka, Dr. Christian Schulte
www.ps.uni-sb.de/courses/prog-lsv01/

Abgabe: 21. Mai in der Vorlesungspause

Lesen Sie den Anfang von Kapitel 6 in dem Buch von Huth und Ryan (Seiten 316–333) für OBDDs (siehe Literatur zur Vorlesung). Das Buch steht in dem Vorlesungsregal in der Bibliothek. Kopiervorlagen für dieses Kapitel haben auch die Bremser und das Sekretariat von Prof. Smolka.

Das Originalpapier "Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation" von Randal E. Bryant finden Sie im Web.

Aufgabe 6.1: Nichtdenotierbare Belegungsmenge (4) Sei *Var* unendlich. Geben Sie eine Teilmenge von Σ an, die keine signifikanten Variablen hat und trotzdem keine Denotation ist.

Hinweis. Wir nennen eine Belegung *finitär* genau dann, wenn sie nur für endlich viele Variablen 1 liefert. Wählen Sie die Teilmenge so, dass sie nur finitäre Belegungen enthält.

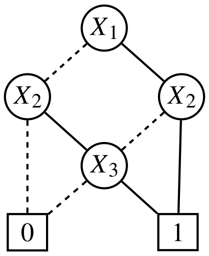
Aufgabe 6.2: Reduzierte OBDDs (6) Zeichnen Sie reduzierte OBDDs für die folgenden Formeln

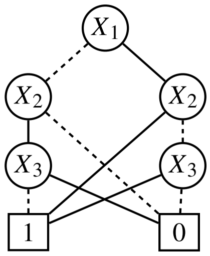
$$X_1 \wedge X_2 \qquad X_1 \vee X_2 \qquad X_1 \Rightarrow X_2$$

$$X_1 \Leftrightarrow X_2 \qquad X_2 \Rightarrow X_1 \qquad \neg(X_1 \wedge X_2)$$

Die Variablenordnung ist $X_1 < X_2$.

Aufgabe 6.3: OBDDs und Formeln (16) Gegeben sind die folgenden OBDDs:





Geben Sie für jeden OBDD an:

(a) Einen äquivalenten binären Entscheidungsbaum.

(b) Ein äquivalentes reduziertes OBDD mit gleicher Variablenordnung.

(c) Die Menge der signifikanten Variablen.

(d) Eine konjunktive Normalform.

(e) Die konjunktive Primform.

(f) Eine konjunktive Minimalform.

(g) Ein reduziertes OBDD für die umgekehrte Variablenordnung ($X_3 < X_2 < X_1$).

Aufgabe 6.4: Formeln und OBDDs (20) Gegeben sind die folgenden Formeln:

$$\begin{aligned} A_1 &= X_1 \wedge X_2 \vee \neg X_2 \wedge X_3 \vee \neg X_3 \wedge \neg X_4 \vee X_4 \wedge \neg X_1 \\ A_2 &= (X_1 \vee X_2) \wedge (X_3 \vee X_4) \\ A_3 &= (X_1 \Rightarrow X_2) \wedge (X_2 \Rightarrow X_3) \wedge (X_3 \Rightarrow X_4) \wedge (X_4 \Rightarrow X_1) \end{aligned}$$

Geben Sie für jede Formel an:

(a) Eine konjunktive Normalform.

(b) Die konjunktive Primform.

(c) Eine konjunktive Minimalform.

(d) Die Menge der signifikanten Variablen.

(e) Eine disjunktive Normalform.

(f) Die disjunktive Primform.

(g) Ein reduziertes OBDD (Variablenordnung $X_i < X_{i+1}$).

(h) Ein reduziertes OBDD (Variablenordnung $X_{i+1} < X_i$).

Aufgabe 6.5: Verständnis von BDDs (4)

(a) Wie viele verschiedene reduzierte OBDDs für eine gültige Formel gibt es? Geben Sie ein reduziertes OBDD davon an.

(b) Wie viele verschiedene OBDDs für eine gültige Formel gibt es? Geben Sie ein OBDD davon an.

(c) Wie viele verschiedene reduzierte OBDDs für eine unerfüllbare Formel gibt es? Geben Sie ein reduziertes OBDD davon an.

(d) Wie viele verschiedene OBDDs für eine unerfüllbare Formel gibt es? Geben Sie ein OBDD davon an.

(e) Seien A und B logisch äquivalente Formeln. Welche Relation gilt zwischen reduzierten OBDDs für A und B (bei gleicher Variablenordnung)?

(f) Geben Sie ein möglichst einfaches Verfahren an, das aus einem OBDD für die Formel A ein OBDD für $\neg A$ herstellt.