0. Übungsblatt Informatik II (SS 96)

Michael Mehl, Prof. Gert Smolka
(mehl,smolka)@dfki.uni-sb.de

Ausgabe: 19. April 1996 **Abgabe:** 26. April 1996 vor der Vorlesung

Dieses Übungsblatt dient der Auffrischung Ihrer mathematischen Kenntnisse (Kapitel 1 im Lehrbuch). Dieses Übungsblatt wird nicht für die Scheinvergabe gewertet. Falls es aber knapp wird bei den Punkten, können Sie hier einen Bonus erwerben.

Aufgabe 0.1 [Mengen] (1 Punkt)
Gegeben sei die Menge $M = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Wieviel Elemente hat die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ und das kartesische Produkt $M \times M$?

Aufgabe 0.2 [Funktionen] (1 Punkt)
Sei $\mathcal{N}$ die Menge der natürlichen Zahlen und $f : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$ eine Funktion von $\mathcal{N}$ nach $\mathcal{N}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{, falls } x = 1 \\ x - 1 & \text{, falls } x > 1 \end{cases}$$

Zeigen oder widerlegen Sie:

1. f ist surjektiv.
2. f ist injektiv.
3. f ist bijektiv.

Aufgabe 0.3 [Abzählbarkeit] (5 Punkte)
Mit $B = \{0, 1\}$ bezeichnen wir die Menge der booleschen Zahlen. Beweisen oder widerlegen Sie:

1. Die Menge aller Funktionen $f : B \to B$ ist abzählbar.
2. Die Menge aller Funktionen $f : B^* \to B$ ist abzählbar.

Aufgabe 0.4 [Relationen] (3 Punkte)
Wir definieren die Funktion $|w|_a : M^* \times M \to \mathcal{N}$ für eine Menge M ($w \in M^*$ und $a \in M$) als die Anzahl der Vorkommen des Elements a im Wort w, z.B. ist $|010110111|_1 = 6$.
Sei $R \subseteq (B^* \times B^*)$ definiert als $\forall\, a \in B^*, \forall b \in B^*$ gilt $(a, b) \in R$ gdw. $|a|_1 \leq |b|_1$. Beweisen oder widerlegen Sie:

1. R ist symmetrisch.
2. R ist antisymmetrisch.
3. R ist transitiv.
4. R ist reflexiv.
5. R ist total.
6. R ist eine Ordnungsrelation.

Aufgabe 0.5 [Zeichenreihen] (6 Punkte)
Wir definieren uns die Syntax einer neuen Programmiersprache L. Der Zeichenvorrat der Sprache umfaßt die Buchstaben a bis z, das Leerzeichen und die Klammern „(“ und „)“. Ein Wort enthält nur Buchstaben oder es beginnt mit „(“ und endet mit „)“. Die Zeichen zwischen den Klammern müssen Worte unserer Sprache ergeben, die durch mindestens ein Leerzeichen getrennt sind.
Beispiele: *(also gehen wir)* und *(plus (cdr l))* sind Worte der Sprache L, aber *tz(a)* ist kein Wort unserer Sprache.

1. Geben Sie eine formale Definition der Sprache an.
2. Definieren Sie eine totale Ordnung $\leq$, so daß gilt:
   (a) für alle Worte w_1, w_2, die nur aus Buchstaben bestehen, ist $w_1 \leq w_2$ gdw. $w_1 \leq_{lex} w_2$,
   (b) *(zanders)* $\leq$ *((anton))* und
   (c) *(fritz (or) cat)* $\leq$ *(fritz (the) cat)*.

   (Zur Aufgabe gehört natürlich auch der Nachweis, daß Ihre Definition eine totale Ordnung ist.)

Aufgabe 0.6 [Lesen] (0 Punkte)
Lesen Sie Kapitel 1, *Mathematische Grundlagen*, im Lehrbuch.

Bitte denken Sie daran, Ihre Aufgabenblätter mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppennummer deutlich zu kennzeichnen!