1. Übungsblatt Informatik II (SS 96)

Michael Mehl, Prof. Gert Smolka
(mehl,smolka)@dfki.uni-sb.de

Ausgabe: 26. April 1996 **Abgabe:** 3. Mai 1996 vor der Vorlesung

Aufgabe 1.1 [Min- und Maxterme] (4 Punkte)

1. Geben Sie den Minterm $m(a)$ und den Maxterm $c(a)$ für $a = (1,1,0,0)$ und $X = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ an.

2. Bestimmen Sie den Träger und die vollständige konjunktive und disjunktive Normalform für die von e berechnete Schaltfunktion (siehe Satz 2.7):

   (a) $e = x_1\, x_2 \vee \overline{x_2}\, x_3$

   (b) $e = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3})$

Aufgabe 1.2 [Identitäten] (4 Punkte)

1. Vereinfachen Sie mit Hilfe der Regeln (B1)-(B10) aus Satz 2.5 im Buch den booleschen Ausdruck e zu e', wobei die Kosten von e' höchstens $L(e')$ sein dürfen. Geben sie jeweils an, welche Regel Sie auf welchen Teilausdruck angewendet haben.

   (a) $e = \overline{x_1 \vee \overline{(x_1\, x_2 \vee x_1\, \overline{x_2})}\, \overline{x_3}}$ $\qquad L(e') \leq 3$

   (b) $e = (x_1 \vee ((x_1 \wedge (x_2 \vee (\overline{x_2} \wedge 1))) \wedge x_2)) \wedge \overline{(x_1 \vee (x_1 \wedge x_2))}$ $\qquad L(e') \leq 1$

2. Beweisen Sie

   (a) $x_1 \vee (x_2 \wedge x_3) \equiv (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3)$

   (b) $\overline{x_1 \wedge x_2} \equiv \overline{x_1} \vee \overline{x_2}$

Aufgabe 1.3 [$\tilde{B}$-Ausdrücke] (6 Punkte)

In dieser Aufgabe betrachen wir eine Teilklasse von booleschen Ausdrücken, die als Funktionssymbole nur die Negation $\sim$ und die Konjunktion $\wedge$ enthalten. Als Abkürzung für diese Ausdrücke verwenden wir das Zeichen $\tilde{B}$.

1. Bestimmen sie einen äquivalenten $\tilde{B}$-Ausdruck für

   (a) $e_1 = x_1\, x_2\, x_3 \vee \overline{x_1}\, x_2\, \overline{x_3} \vee x_1\, \overline{x_2}\, x_3 \vee \overline{x_1}\, \overline{x_2}\, \overline{x_3}$

   (b) $e_2 = x_1 \vee (x_2\, \overline{x_3} \vee x_3\, \overline{x_4})$

2. Zeigen Sie: zu jeder n-stelligen Schaltfunktion f gibt es einen äquivalenten $\tilde{B}$-Ausdruck e. Hinweis: geben Sie dazu ein Verfahren zur Transformation eines booleschen Ausdruckes in eine $\tilde{B}$-Ausdruck an.

3. Finden Sie eine obere Schranke für die Formelgröße $L^{-}(f)$ einer n-stelligen Schaltfunktion f mit
$$L^{-}(f) = \min\{L(e) | e \in \tilde{B}, e \equiv f(X)\}$$

4. Ändert sich die Größenordnung im Vergleich von $L(f)$ und $L^{-}(f)$?

Aufgabe 1.4 [Monome und Implikanten] (3 Punkte)

1. Geben Sie alle Teilmonome von $e = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3\,x_4$ an.

2. Ist unter diesen Teilmonomen ein Implikant der von e berechneten Schaltfunktion?

3. Geben Sie einen Primimplikanten von e an.

Aufgabe 1.5 [Gleichungslösen] (2 Punkte)
Bestimmen Sie alle Lösungen Φ (siehe Def. 2.9) der Gleichungen

1. $x_1\,x_2 \vee x_2\,x_3 = 0$

2. $(x_1 \vee x_2) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) = 1.$

Aufgabe 1.6 [Quine-McClusky] (4 Punkte)
Berechnen Sie nach dem Verfahren von Quine-McClusky die Primimplikanten von f_1 und f_2:

x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

Bitte denken Sie daran, Ihre Aufgabenblätter mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppennummer deutlich zu kennzeichnen!