3. Übungsblatt Informatik II (SS 96)

Michael Mehl, Prof. Gert Smolka
(mehl,smolka)@dfki.uni-sb.de

Ausgabe: 10. Mai 1996 **Abgabe:** 17. Mai 1996 vor der Vorlesung

Aufgabe 3.1 [Gerichtete Graphen] (3 Punkte)

1. Geben Sie einen gerichteten zykelfreien Graphen G_1 mit 5 Knoten und $\text{indeg}(G_1) = 4$ sowie $\text{outdeg}(G_1) = 1$ an.

2. Bestimmen Sie die Quellen, Senken und die Tiefe von G_1.

3. Charakterisieren Sie die gerichteten Graphen G mit $\text{indeg}(G) = 1$.

Aufgabe 3.2 [Schaltkreise] (8 Punkte)

1. Zeichnen sie den Schaltkreis $S_1 = (X, G, g, Y)$ nach DIN und IEEE Norm mit $X = (x_1, x_2)$, $Y = \{y_1\}$, $G = (V, E)$, $V = \{0, 1, x_1, x_2\} \cup I$, $I = \{z_1, z_2, z_3, y_1\}$, $g(z_1) = \text{NAND}$, $g(z_2) = \vee$, $g(z_3) = \sim$, $g(y_1) = \wedge$ und $E = \{(1, z_1), (z_3, y_1), (0, z_2), (z_1, y_1), (x_2, z_1), (x_1, z_1), (z_2, z_3)\}$.

2. Konstruieren Sie einen Schaltkreis $S_2 = (X, G, g, Y)$, der die Funktion $f_1 : \{0, 1\}^4 \to \{0, 1\}$ berechnet (vgl. Aufgabe 1.6).

x_1	x_2	x_3	x_4	f_1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

3. Zeichen Sie einen Schaltkreis S_3 mit möglichst geringen Kosten, der die Schaltfunktion $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ gdw. $x_1 + x_2 = x_3$ berechnet.

4. Bestimmen Sie die Kosten $C(S_i)$, sowie die Tiefe $T(S_i)$ für die Schaltkreise S_1,S_2 und S_3.

Aufgabe 3.3 [Gattergröße] (2 Punkte)
Ein Gatter in 0.5μ-Technologie hat ungefähr eine Fläche von $8\mu m^2$. Welche Fläche reicht aus, um eine beliebige Schaltfunktion $f : \{0,1\}^{65} \to \{0,1\}^{33}$ zu realisieren?

Aufgabe 3.4 [$\oplus$] (6 Punkte)
Wir definieren $f_n : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ für $n \geq 0$ induktiv: $f_0 = 0$ und für $n > 0$ ist $f_{n+1}(x_1, \ldots, x_{n+1}) = f_n(x_1, \ldots, x_n) \oplus x_{n+1}$.

1. Zeigen Sie: $\oplus$ ist kommutativ und assoziativ.
2. Geben Sie einen Schaltkreis möglichst geringer Tiefe an, der nur aus NAND-Gattern besteht und f_3 berechnet.
3. Geben Sie einen Schaltkreis möglichst geringer Tiefe an, der nur aus NAND-Gattern besteht und f_n berechnet.

Aufgabe 3.5 [Bäume] (6 Punkte)

1. Implementieren Sie ein Scheme-Programm zur Erzeugung eines balancierten binären Baumes mit n Knoten.
2. Implementieren Sie ein Scheme-Programm zum Ausdrucken eines binären Baumes in Prä-, Infix- und Postfixnotation.

   Präfixnotation heißt: zuerst wird der Knoten, dann der linke Unterbaum und anschließend der rechte Unterbaum ausgedruckt. Analog gilt: Infix: linker Unterbaum, Knoten, rechter Unterbaum. Postfix: linker, rechter Unterbaum, Knoten.

Sie können diese Aufgabe ihrem Betreuer per email schicken.

Bonusaufgabe 3.6 [Komplexität] (5 Punkte)
Zeigen Sie: Es gibt n-Bit Dekodierer mit Tiefe $\lceil \log n \rceil + 1$. Die Definition von n-Bit Dekodierern finden Sie in Definition 5.3 S. 269 im Lehrbuch.