4. Übungsblatt Informatik II (SS 96)

Michael Mehl, Prof. Gert Smolka
(mehl,smolka)@dfki.uni-sb.de

Ausgabe: 17. Mai 1996 **Abgabe:** 24. Mai 1996 vor der Vorlesung

Aufgabe 4.1 [Zahlendarstellung I] (3 Punkte)

1. Ergänzen Sie die folgende Tabelle:

	Dezimal	Binär	Hexadezimal	Octal
	308			
+		101101111010		
=				
+			AE20	
=				

2. Bestimmen Sie die Zweier-Komplement Darstellung $\mathrm{twoc}_9(-300)$ und $\mathrm{twoc}_9(12)$.

3. Bestimmen Sie unter Ausnutzung von Lemma 4.5 die Darstellung $\mathrm{twoc}_9(300)$ und $\mathrm{twoc}_9(-12)$.

4. Gegeben seien die Bitfolgen 1100 und 0010. Welche Zahlen werden dargestellt, wenn Sie annehmen, daß es sich um die Binärdarstellung mit Vorzeichenbit bzw. um eine Zweier-Komplement Darstellung handelt.

Aufgabe 4.2 [Zahlendarstellung II] (5 Punkte)

1. Schreiben Sie eine Prozedur (twoc n m) in Scheme, die $\mathrm{twoc}_n(m)$ berechnet.

2. Schreiben Sie eine Prozedur (twoc-inv m) in Scheme, die berechnet welche Zahl die Bitfolge m im Zweier-Komplement darstellt.

Repräsentieren Sie Bitfolgen durch Listen von Nullen und Einsen. Fangen Sie Eingabefehler ab und geben Sie dann das Symbol 'error' aus.

Aufgabe 4.3 [Zahlendarstellung III] (5 Punkte)

Sei $a_i \in \{0, B-1\}$ $(0 \leq i \leq n,\ B \geq 2)$ und $1 \leq l < n$. Zeigen Sie:

$$\langle a_{n-1}, \ldots, a_l \rangle_B \cdot B^l + \langle a_{l-1}, \ldots, a_0 \rangle_B = \langle a_{n-1}, \ldots, a_0 \rangle_B$$

Aufgabe 4.4 [Carry-Chain Addierer] (4 Punkte)

Konstruieren Sie einen 3-Bit Carry-Chain Addierer mit $\oplus$, $\vee$ und $\wedge$ Gattern.

Aufgabe 4.5 [Incrementer] (5 Punkte)

1. Konstruieren Sie einen n-Bit Incrementer mit Tiefe $O(\log n)$.

2. Zeigen Sie die Korrektheit des konstruierten Incrementers.

Aufgabe 4.6 [Was ist das?] (4 Punkte)
Es seien $x, y \in \{0, \ldots, B-1\}^n$ $(B \geq 2, n > 0)$. Für $i \in \{0, \ldots, n-1\}$ definieren wir

$$\begin{aligned} c_{-1} &= 0 \\ c_i &= \begin{cases} 0 \text{ falls } x_i + y_i + c_{i-1} < B \\ 1 \text{ falls } x_i + y_i + c_{i-1} \geq B \end{cases} \\ s_i &= (x_i + y_i + c_{i-1}) \bmod B. \end{aligned}$$

1. Welches Verfahren wird hier beschrieben?

2. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Bonusaufgabe 4.7 [BCD-Zahlen] (5 Punkte)
Eine BCD-Darstellung ist eine Funktion $f_n : \{0, \ldots, 10^n - 1\} \to \{0,1\}^{4n}$ mit

$$f_n(a) = (c_{4(n-1)+3}, \ldots, c_0)$$

wobei $\forall a = (a_{n-1}, \ldots, a_0)_{10}$ und $\forall 0 \leq i < n$ gilt

$$(c_{4i+3}, c_{4i+2}, c_{4i+1}, c_{4i}) = \mathrm{bin}_{10}(a_i).$$

1. Bestimmen Sie $f_3(8)$, $f_3(981)$.

2. Ein n-Ziffern-BCD-Addierer ist eine partielle Funktion

$$g_n : \{0,1\}^{4n} \times \{0,1\}^{4n} \times \{0,1\}^1 \rightharpoonup \{0,1\}^{4(n+1)}$$

mit

$$g_n(f_n(x) : f_n(y) : c) = f_{n+1}(x + y + c)$$
$$\forall x, y \in \{0, \ldots, 10^n - 1\}, \forall c \in \{0,1\}.$$

Konstruieren Sie einen n-Ziffern-BCD-Addierer.

Klausur: Die Voraussetzung zur Scheinvergabe ist nun doch eine Klausur. Diese wird am Freitag, den 19. Juli 1996 von 14 bis 17 Uhr stattfinden.