4. Übungsblatt zu Informatik 1 WS 98/99

Andreas Rossberg, Prof. Gert Smolka

Abgabe: 20. November 1998 vor der Vorlesung

Aufgabe 4.1: Endliche Ausdrucksregeln (3 Punkte)

Die MML-Definition enthält die Regel

$$a \;\to\; x\,\texttt{(}a_1\,\texttt{,}\cdots\texttt{,}a_n\texttt{)}$$

Diese steht abkürzend für die unendliche Regelmenge

$$\begin{array}{lcl} a & \to & x\,\texttt{(}a_1\texttt{)} \\ a & \to & x\,\texttt{(}a_1\texttt{,}a_2\texttt{)} \\ a & \to & x\,\texttt{(}a_1\texttt{,}a_2\texttt{,}a_3\texttt{)} \\ & \vdots & \end{array}$$

Schreiben Sie in BNF-Darstellung eine eindeutige Grammatik für MML-Ausdrücke, die mit endlich vielen Regeln auskommt. Führen Sie dazu ein Nonterminal l ein, das für Folgen von Ausdrücken steht, die durch Kommata getrennt sind.

Regeln für die Nonterminale c, x und b können Sie als gegeben ansehen.

Aufgabe 4.2: Bindung von Identifikatoren (6 Punkte)

Lassen Sie das folgende wirre MML-Programm auf sich wirken:

```
fun f(op*,op-) = op+(op-,op*);
fun op+(x,y)   = op-(x,y);
fun x(y)       = op*(2,y);
fun ~(a,b)     = op+(1,op*(b,a));
fun g(y,z)     = op+(x(1),y);
fun h(f,g)     = x(op+(f,g));
fun h(~)       = f(~,3);
fun y(x,y)     = ~(op*(y,x),3);
~(y(2,4),g(0,7));
```

(a) Geben Sie an, welche definierenden und welche benutzenden Auftreten von Identifikatoren das Programm enthält (z.B. durch unterschiedliche Unterstreichung). Geben Sie zudem für alle benutzenden Auftreten an, durch welches definierende Auftreten der jeweilige Identifikatoren gebunden ist bzw. ob er in der initialen Umgebung gebunden ist. Indizieren Sie dazu alle Auftreten wie im folgenden Beispiel:

$\texttt{fun f}_1\texttt{(x}_1\texttt{,y}_1\texttt{) = op+}_0\texttt{(y}_1\texttt{,x}_1\texttt{);}$
$\texttt{fun g}_1\texttt{(x}_2\texttt{) = \~{}}_0\texttt{(x}_2\texttt{);}$
$\texttt{fun h}_1\texttt{(f}_2\texttt{) = g}_1\texttt{(f}_2\texttt{);}$
$\texttt{h}_1\texttt{(0);}$

Für jedes definierende Auftreten des gleichen Bezeichners wird jeweils ein neuer Indexwert benutzt. Bindungen in der initialen Umgebung werden durch den Index 0 gekennzeichnet.

(b) Geben Sie die Typumgebung T an, die ein Zulässigkeitsbeweis des Programms (gemäß der Inferenzregeln für die statische Semantik von MML) für den abschliessenden Ausdruck verwendet.

(c) Zu welchem Wert wertet das Programm aus?

Aufgabe 4.4: Dynamische Semantik von MML (7 Punkte)

(a) Leiten Sie mit Hilfe der Inferenzregeln für die dynamischen Semantik von MML das Ergebnis des folgenden Programms her, so wie im Skript in Abbildung 4.1 für die statische Semantik dargestellt.

```
fun q(x)   = op*(x,x);
fun op*(x) = op+(x,x);
op*(q(7));
```

(b) Geben Sie ein MML-Programm p an, dass nach der statischen Semantik unzulässig ist, aber nach der dynamischen Semantik zu 1 auswertet. Beweisen Sie die Relation $W_0 \vdash p \to 1$.

Aufgabe 4.5: Statische Semantik (4 Punkte)

In der Programmiersprache Scheme wird die Applikation `f(x,y,z)` als `(f x y z)` notiert. Folgende Grammatik definiert eine Teilmenge der Syntax von Scheme-Ausdrücken:

$$a \;::=\; c \;\mid\; x \;\mid\; (x\, a_1 \,\cdots\, a_n)$$

Geben Sie analog zur Definition von Micro ML eine statische Semantik für Ausdrücke in dieser Syntax an.

Aufgabe 4.6: Auswertung von arithmetischen Ausdrücken (4 Punkte)

Eine einfache Grammatik für arithmetische Ausdrücke sei gegeben als

$$\begin{array}{lcl} a & ::= & c \;\mid\; a+c \;\mid\; a-c \\ c & ::= & 0 \;\mid\; 1 \;\mid\; 2 \;\mid\; \ldots \;\mid\; 10 \;\mid\; 11 \;\mid\; \ldots \end{array}$$

Definieren sie mit Hilfe von Inferenzregeln eine Relation $\vdash a \to n$, die die Auswertung dieser Ausdrücke definiert.

Aufgabe 4.7: Erweiterung von MML (7 Punkte)

Die meisten Programmiersprachen kennen Konjunktion und Disjunktion zur Verküpfung boolescher Bedingungen (UND und ODER). Micro ML soll deshalb um Bedingungen der Form (b_1 `orelse` b_2) erweitert werden. Eine solche Bedingung ist erfüllt, wenn mindestens eine der beiden Teilbedingungen b_1 und b_2 erfüllt ist. Dabei soll ein Ausdruck wie

```
if ( 1=1 orelse f(0)=0 ) then 3 else 4
```

auch dann terminieren, wenn `f(0)` divergiert. Ausdrücke in b_2 werden also nur ausgewertet, wenn b_1 nicht erfüllt ist, b_1 wird hingegen immer ausgewertet.

Erweitern Sie die MML-Definition um `orelse`-Bedingungen. Also:

(a) An welchen Stellen muss Definition der lexikalischen Syntax modifiziert werden, um `orelse` als reserviertes Wort zuzulassen?

(b) Erweitern Sie die kontextfreie Syntax um `orelse`-Bedingungen.

(c) Legen Sie die statische Semantik mit Hilfe einer geeigneten Inferenzregel fest.

(d) Definieren Sie die dynamische Semantik durch Inferenzregeln. Achten Sie auf die Divergenz!