



10. Übungsblatt zu Programmierung 1, WS 2008/09

Prof. Dr. Gert Smolka, Mark Kaminski, M.Sc.

www.ps.uni-sb.de/courses/prog-ws08/

Lesen Sie im Buch: Kapitel 8, 9

Aufgabe 8.7 (a)-(e) Sei ein Graph $G = (V, E)$ wie folgt gegeben:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{(1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 5), (6, 2), (6, 3)\}$$

- Zeichnen Sie den Graphen ohne überkreuzende Kanten.
- Welche Tiefe hat der Graph?
- Welche Quellen, Senken und Wurzeln hat der Graph?
- Ist der Graph zyklisch? Wenn ja, geben Sie einen Zyklus an.
- Geben Sie einen einfachen Pfad maximaler Länge an.

Aufgabe 8.12 Zeichnen Sie alle Relationen R mit $Ver R = \{1, 2\}$,

- die funktional und injektiv sind.
- die total und surjektiv auf $Ver R$ sind.

Aufgabe 8.16 Geben Sie die folgenden Mengen an:

- $Dom (\lambda x \in \mathbb{N}. x^2)$
- $Ran (\lambda x \in \mathbb{N}. x^2)$

Aufgabe 8.18 Geben Sie eine unendliche Relation an, die für keinen ihrer Knoten terminiert.

Aufgabe 8.19 Geben Sie eine unendliche, funktionale und terminierende Relation an.

Aufgabe 9.2 Bleiben die Wohlgeformtheitsbedingungen für die definierenden Gleichungen gültig, wenn man bei der Prozedur

- fac den Ergebnisbereich zu \mathbb{Z} verändert?
- fac den Ergebnisbereich zu \mathbb{N}^+ verändert?
- fac den Argumentbereich und den Ergebnisbereich zu \mathbb{Z} verändert?
- fac' den Argumentbereich zu \mathbb{N} verändert?
- $euclid$ den Ergebnisbereich zu \mathbb{N}^+ verändert?
- gcd den Argumentbereich zu $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ und den Ergebnisbereich zu \mathbb{N} verändert?

Aufgabe 9.3 Geben Sie die Anwendungsgleichungen für die folgenden Anwendungen der Beispielprozeduren an:

- a) $fib\ 7$
- b) $euclid(63, 35)$
- c) $gcd(35, 21)$

Aufgabe 9.5 Geben Sie eine Prozedur $euclid' : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ an, die $euclid$ erweitert und deren definierenden Gleichungen ohne Konditionale formuliert sind.

Aufgabe 9.6 Geben Sie die Rekursionsfunktion der Prozedur fac' an.

Aufgabe 9.7 Geben Sie eine terminierende und baumrekursive Prozedur $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ an, die für jedes Argument das Ergebnis 0 liefert.

Aufgabe 9.8 Geben Sie eine Prozedur mit der folgenden Rekursionsfunktion an: $\lambda x \in \mathbb{Z}. \text{ if } x < 1 \text{ then } \langle \rangle \text{ else } \langle x - 1, x - 1 \rangle$.

Aufgabe 9.11 Zu einer Prozedur $p : X \rightarrow Y$ kann man Prozeduren $X \rightarrow \mathbb{N}$ angeben, die für terminierende Argumente x von p die Größe und die Tiefe des Rekursionsbaums für x und p liefern. Schreiben Sie solche Prozeduren für gcd . Realisieren Sie die Prozeduren in Standard ML.

Aufgabe 9.12 Sei eine Prozedur mit der folgenden Rekursionsfunktion gegeben:

$$\lambda x \in \mathbb{Z}. \text{ if } x < 0 \text{ then } \langle x - 5 \rangle \text{ else if } x < 4 \text{ then } \langle \rangle \text{ else } \langle x - 3, x - 2 \rangle$$

- a) Geben Sie den Argumentbereich der Prozedur an.
- b) Geben Sie den Rekursionsbaum für das Argument 8 an.
- c) Geben Sie den Definitionsbereich der Prozedur an.

Aufgabe 9.14 Sei die folgende Prozedur gegeben:

$$p : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$$
$$p(x, y) = \text{ if } x < y \text{ then } p(x, y - 1) \text{ else}$$
$$\text{ if } x > y \text{ then } p(x - 1, y) \text{ else } x$$

- a) Geben Sie die Rekursionsfolge und die Rekursionstiefe für p und $(-2, 1)$ an.
- b) Geben Sie die Rekursionsfunktion und die Rekursionsrelation von p an.
- c) Geben Sie eine natürliche Terminierungsfunktion für p an.

Aufgabe Geben Sie jeweils eine Prozedur $p : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit der Rekursionsrelation $\{(n + 1, n) \mid n \in \mathbb{N}\}$ an, sodass

- a) p linear-rekursiv ist,

- b) p baumrekursiv ist,
- c) p die Funktion $\lambda n \in \mathbb{N}. n$ berechnet,
- d) p die Funktion $\lambda n \in \mathbb{N}. 0$ berechnet.

Aufgabe 9.17 Machen Sie sich mithilfe der folgenden Beispiele klar, dass aus der Ergebnisfunktion einer Prozedur nicht ermittelt werden kann, welchen Argument- und Ergebnisbereich die Prozedur hat und ob sie rekursiv ist.

- a) Geben Sie eine Prozedur $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ an, die die Ergebnisfunktion \emptyset hat.
- b) Geben Sie eine rekursive Prozedur $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ an, die die Funktion $\lambda n \in \mathbb{N}. 0$ berechnet.