V.Übungsblatt zur Vorlesung
"Semantik von Programmiersprachen" SS 97

Prof. Gert Smolka und Martin Müller

Ausgabe: 22.5.1997 Abgabe: 2.6.1997

Aufgabe V.1(Hoare-Regeln, 1 Punkt) Warum ist die folgende "vereinfachte Zuweisungsregel" nicht korrekt?

$$\{\mathbf{true}\}\ X := a\ \{X = a\}$$

Aufgabe V.2(Hoare-Regeln, 3 Punkte) Betrachten Sie das Hoare-Tripel

$$\{X = Y\}\ c\ \{X = 2 * Y\}$$

und nehmen Sie an, daß die Ausführung von c immer terminiert.

1. Warum bedeutet dieses Tripel *nicht*, daß "die Auswertung von c den Wert von X verdoppelt"?
2. Geben Sie ein Hoare-Tripel $\{A\}c\{B\}$ an, das in der Tat diese Aussage macht.
3. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Antwort. Zeigen Sie dazu für alle σ und I:

   $$\text{Wenn } \sigma \models^I \{A\} \text{ und } \sigma \models^I \{A\}c\{B\} \text{ dann } 2 * \sigma(X) = (\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma)(X)$$

   Wo geht hier unsere Annahme ein, daß c immer terminiert?

Aufgabe V.3(4 Punkte) Zeigen Sie für alle I und σ:

1. Wenn $a \in \mathbf{Aexp}$, dann $\mathcal{A}[\![a]\!]\sigma = \mathcal{A}v[\![a]\!]I\sigma$
2. Wenn $a \in \mathbf{Aexp}$, dann $\sigma \models^I A[a/X] \Leftrightarrow \sigma[\mathcal{A}v[\![a]\!]I\sigma/X] \models^I A$

Verwenden Sie dabei die Definitionen aus dem Winskel.

Aufgabe V.4(Repeat-Anweisung, 4 Punkte) Erweitern Sie die Sprache **Imp** um eine Anweisung der Form

$$\mathbf{repeat}\ c\ \mathbf{until}\ b$$

Passen Sie die Semantikdefinitionen der Vorlesung auf die Repeat-Anweisung an und vergleichen Sie diese mit der Semantik der While-Anweisung. Im einzelnen:

1. Geben Sie die operationale Semantik der Repeat-Anweisung so an, daß

   $$\mathbf{repeat}\ c\ \mathbf{until}\ b \quad \text{und} \quad c;\ \mathbf{while}\ \neg b\ \mathbf{do}\ c$$

   äquivalent sind.

2. Definieren Sie die denotationale Semantik $\mathcal{C}[\![\textbf{repeat } c \textbf{ until } b]\!]$ so, daß Sie (3) zeigen können.

3. Zeigen Sie, daß $\mathcal{C}[\![\textbf{repeat } c \textbf{ until } b]\!] = \mathcal{C}[\![c;\ \textbf{while } \neg b \textbf{ do } c]\!]$.

4. Geben Sie eine Hoare-Regel für die Repeat-Anweisung an.

Aufgabe V.5(Axiomatische Semantik, 4 Punkte) Für diese Aufgabe nehmen wir an, daß $\mathbf{Loc} = \{X_1, \ldots, X_n\}$ endlich ist. Für jedes σ sei $A(\sigma) = (X_1 = \sigma(X_1) \wedge \ldots \wedge X_n = \sigma(X_n))$. Beweisen Sie für alle c, σ, σ' und I:

$$(c,\, \sigma) \to \sigma' \text{ gdw. } \begin{cases} \sigma \not\models \{\textbf{true}\}c\{\textbf{false}\} \text{ und} \\ \sigma \models^I \{\textbf{true}\}c\{A(\sigma')\} \end{cases}$$

Aufgabe V.6(Axiomatische Semantik, 4 Punkte) Seien $n, m \in \mathbf{N}$, X, Y, Z verschiedene Lokationen, und sei c die Anweisung $Z := X; X := Y; Y := Z$. Leiten Sie mit den Hoare-Regeln das folgende Tripel ab.

$$\{X = n \wedge Y = m\}\ c\ \{X = m \wedge Y = n\}$$

Aufgabe V.7(Axiomatische Semantik 4 Punkte) Seien $m, n \in \mathbf{N}$, C, P verschiedene Lokationen, und c das folgende **Imp**-Kommando.

$$P := 0;\ C := 1;\ \textbf{while } C \leq n \textbf{ do } (P := P{+}m;\ C := C{+}1)\ .$$

Leiten Sie mit den Hoare-Regeln das Tripel $\{1 \leq n\}\ c\ \{P = m{*}n\}$ ab.

Wichtig: Die Abschlußklausur findet am Donnerstag den 17.7. von 9 Uhr bis 12 Uhr im Hörsaal 002 statt.