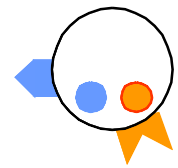
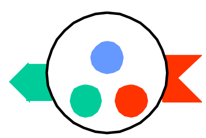
verfasst von Eyad Alkassar *betreut von Prof. Gert Smolka*



ÜBERGÄNGE UND STARKE ÄQUIVALENZ

von Reaktionen und chemischen Suppen



INHALT

1. Die chemische Suppe
2. Übergänge
3. Starke Äquivalenz
4. Zusammenfassung

EINLEITUNG

MOTIVATION

- **Nach der Definition des pi-Kalküls wollen wir unsere Intuition von Verhalten formalisieren**

  - wie verhält sich ein gegebenes System, d.h. wie reagiert es auf
    - *äußere Eingaben* und welche
    - *internen Abläufe* kommen vor?

  - wie vergleichen wir das Verhalten verschiedener Prozesse?

EINLEITUNG

WIE WAR'S IN CCS?

- **Beschreibung formales Verhalten in CCS in drei Schritten**
  - Formulierung der Reaktionsregel

$$P \mid Q = (\ldots + a.P') \mid (\ldots + \bar{a}.Q') \longrightarrow P' \mid Q'$$

  - Formulierung der Übergangsrelation

$$P \xrightarrow{\alpha} Q$$

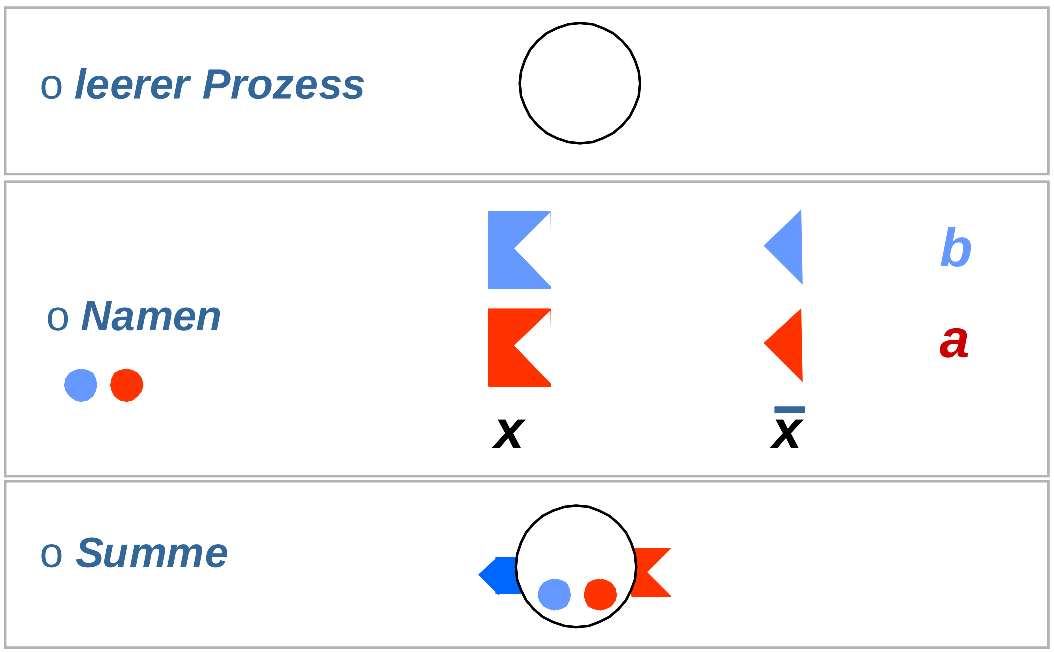
  - Definition des Äquivalenzbegriffs
- **Übertragung aufs pi-Kalkül**

CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IN CCS

- Was bedeutet Reaktion in CCS?

- **Ein Experiment:**

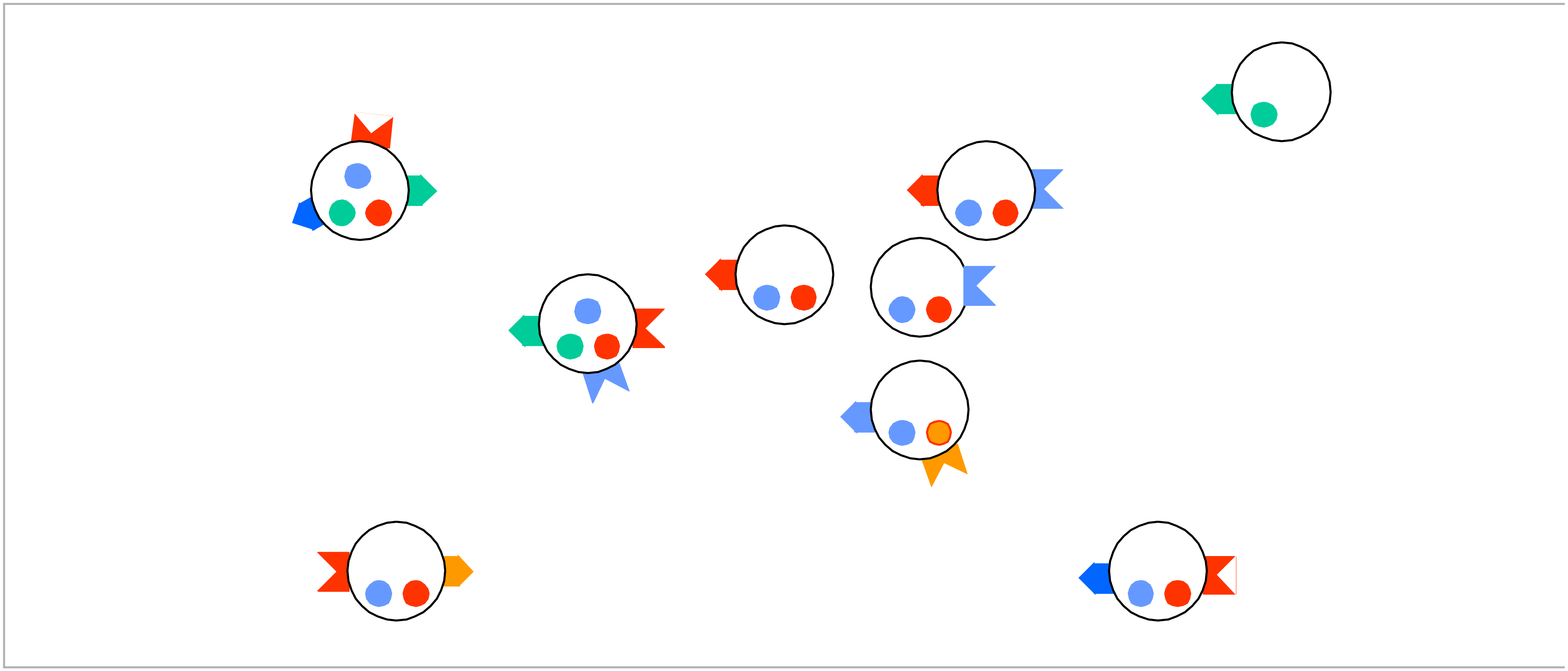


CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IN CCS

- leerer Prozess
- Namen x $\bar{x}$ b a
- Summe

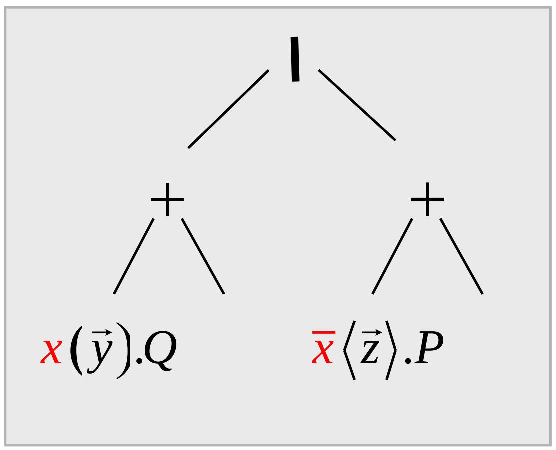
Viele freie Moleküle (Parallele Komp.)



CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

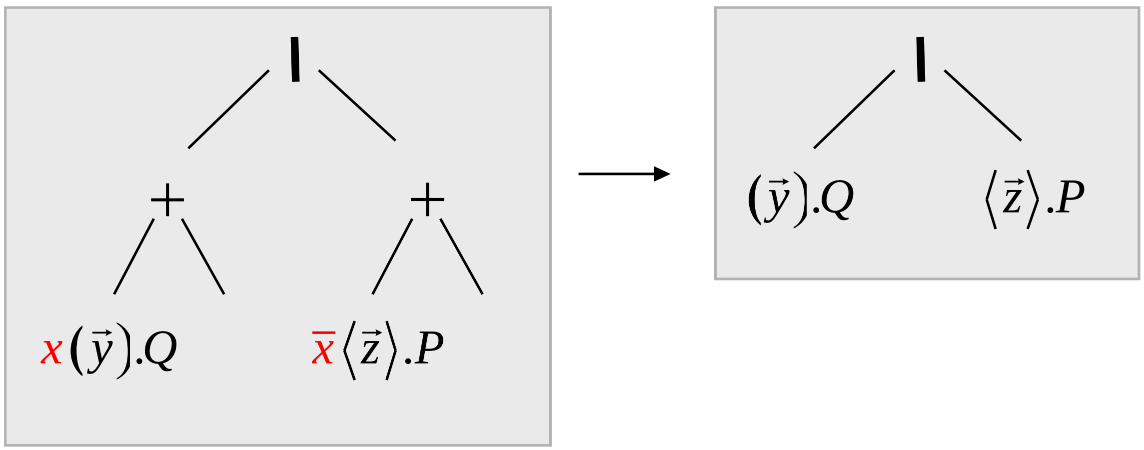
- **Reaktion besteht aus zwei Teilen**



CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

- **Reaktion besteht aus zwei Teilen** *1. Verbindung*

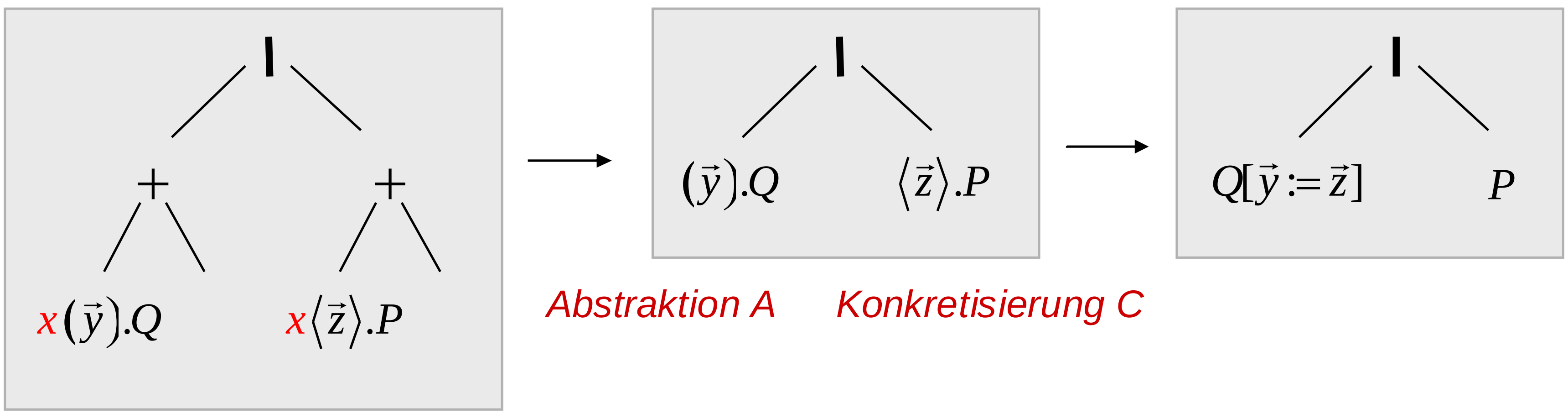


- Nach der Verbindung am Namen x bleiben jetzt zwei Reste übrig

CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

- **Reaktion besteht aus zwei Teilen** *2. Namensübertragung*



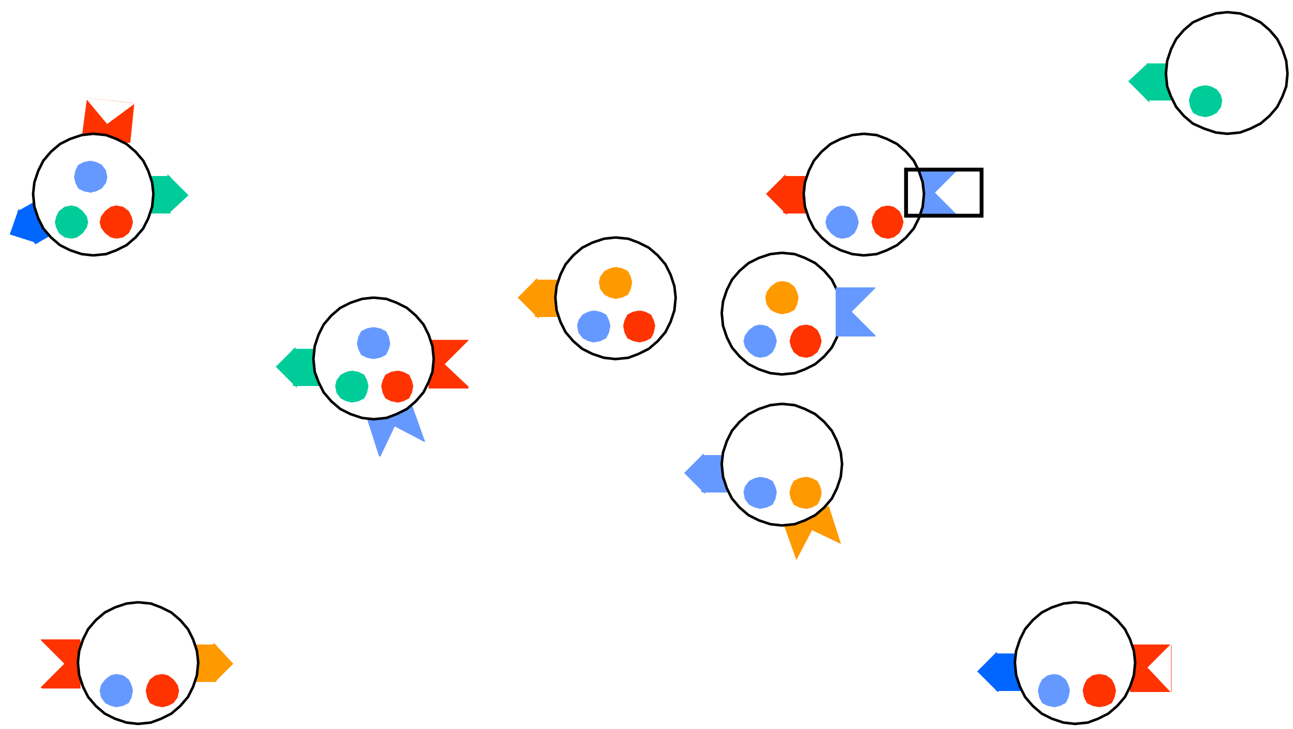
Abstraktion A *Konkretisierung C*

CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IN CCS

Jetzt Austausch von Farben

- leerer Prozess
- Namen x $\bar{x}$ b a
- Summe



ÜBERGÄNGE

REAKTIONSREGEL

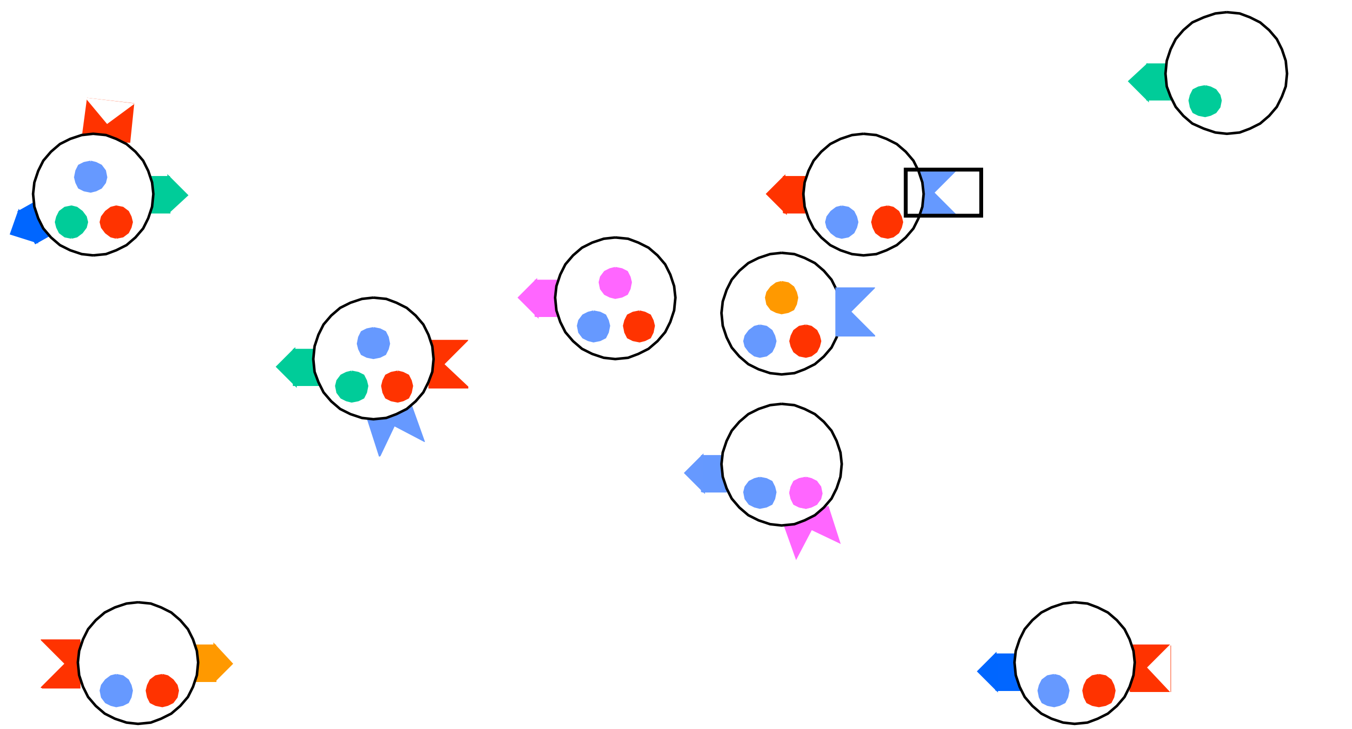
- Wir haben eine wichtige Eigenschaft nicht modelliert
- Die Übertragung gebundener Namen!

CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IN CCS

Benutzung privater Farben

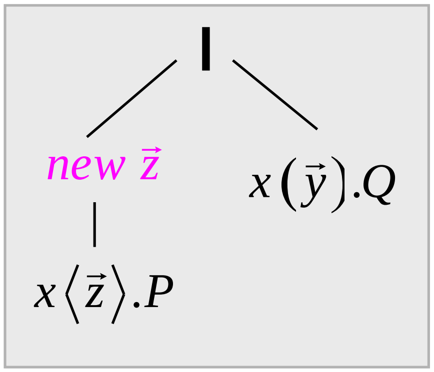
- leerer Prozess
- Namen x $\bar{x}$ b a
- Summe



CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

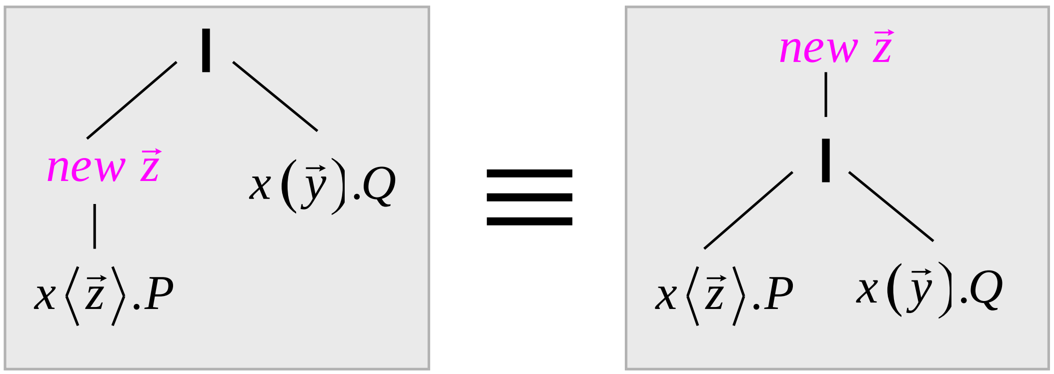
- **Der pi-Kalkül versendet also den Namen und die Bindung**



CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

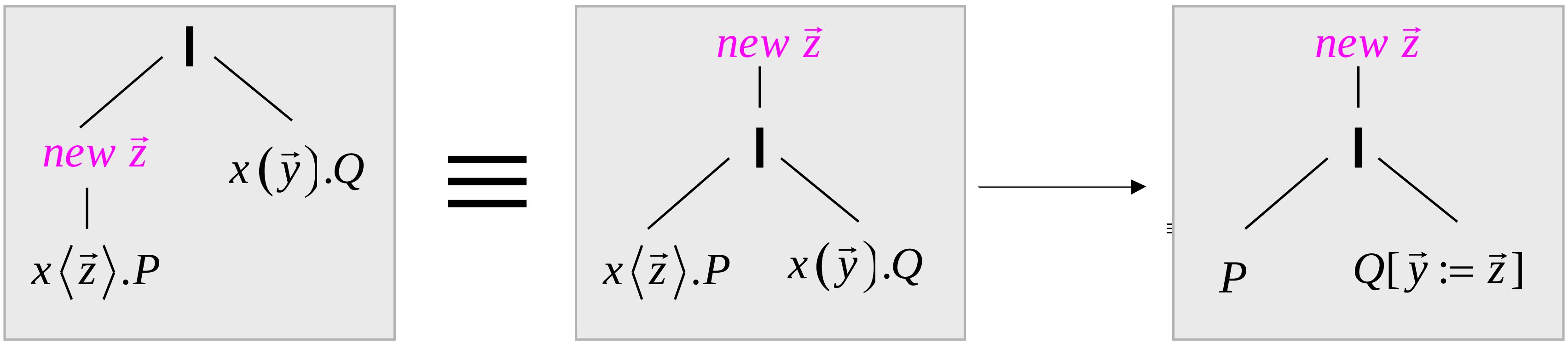
- **Der pi-Kalkül versendet also den Namen und die Bindung**



CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

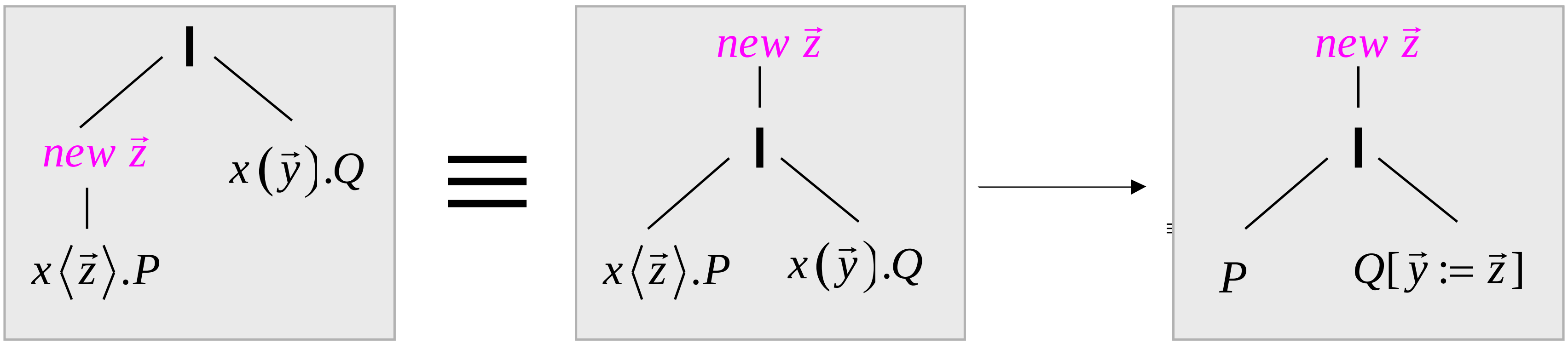
- Der pi-Kalkül versendet also den Namen und die Bindung



CHEMISCHE SUPPE

REAKTION IM PI-KALKÜL

- **Der pi-Kalkül versendet also den Namen und die Bindung**



- **Wollen diese Bindung unter der Summe darstellen:**

$$\mathit{new}\ \vec{z} \sum x\langle\vec{z}\rangle.P + \ldots \cong \sum x\ \mathit{new}\ \vec{z}\langle\vec{z}\rangle.P + \ldots$$

CHEMISCHE SUPPE

ABSTRAKTIONEN UND CONCRETIONS

- Eine **Abstraktion F** der Wertigkeit n hat folgende Form

$$(\vec{x}).P \quad mit \quad |\vec{x}| = n$$

CHEMISCHE SUPPE

ABSTRAKTIONEN UND CONCRETIONS

- Eine **Abstraktion F** der Wertigkeit n hat folgende Form

$$(\vec{x}).P \quad mit \quad |\vec{x}| = n$$

- Das duale Gegenstück ist die **Konkretisierung C** mit der Form

$$new\ \vec{y}\langle\vec{x}\rangle.P \quad mit\ \vec{y} \subseteq \vec{x}$$

CHEMISCHE SUPPE

ABSTRAKTIONEN UND CONCRETIONS

- **Definition Agent:** Abstraktion oder Konkretisierung
  *Agenten mit **n=0** sind Prozesse*

CHEMISCHE SUPPE

ABSTRAKTIONEN UND CONCRETIONS

- **Definition Agent:** Abstraktion oder Konkretisierung
  *Agenten mit **n=0** sind Prozesse*

- Damit ergibt sich folgende neue Syntax für **Summen**

$$\sum S \qquad \text{mit S der Form } xF,\ xC \text{ oder } \tau P$$

ÜBERGÄNGE

REAKTIONSREGEL

- **Unsere neue Reaktionsregel lautet also**

$$\text{REACT: } \left(xF + M\right) \mid \left(\overline{x}C + N\right) \to F @ C$$

- Der Operator @ definiert als

$$(\vec{x}).P \,@\, new\ \vec{z}\left\langle \vec{y} \right\rangle.Q \doteq new\ \vec{z}\ [\vec{x} := \vec{y}]P \mid Q$$

ÜBERGÄNGE

REAKTIONSREGEL

- **Unsere neue Reaktionsregel lautet also**

$$\text{REACT: } (xF + M) \mid (\overline{x}C + N) \to F @ C$$

- Der Operator @ definiert als

$$(\vec{x}).P @ new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.Q \doteq new\ \vec{z}\ [\vec{x} := \vec{y}]P \mid Q$$

mit $\vec{z} \in$ fn($(\vec{x})$.P)

ÜBERGÄNGE

ÜBERGÄNGE IM PI-KALKÜL

- Ideen die wir bei der Reaktion gesehen haben auf Übergänge übertragen

$$P \xrightarrow{\alpha} A$$

- Wichtig: Kodierung von Eigenschaften der strukturellen Kongruenz

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$(\vec{x}).P @ \textit{new}\ \vec{z} \langle \vec{y} \rangle .Q \doteq \textit{new}\ \vec{z}\ [\vec{x} := \vec{y}]P \mid Q$$

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_C : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$(\vec{x}).P @ new\ \vec{z} \langle \vec{y} \rangle.Q \doteq new\ \vec{z}\ [\vec{x} := \vec{y}]P \mid Q$$

$$\text{L-PAR}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} ?}$$

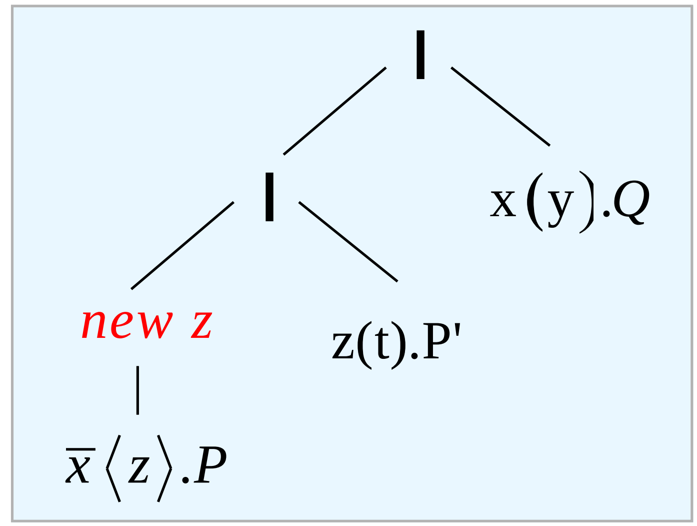
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- **Was kann schief gehen?**



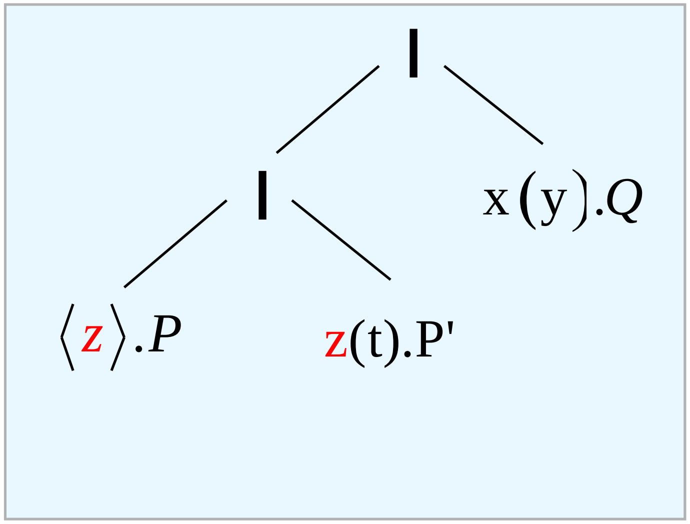
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_C : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- **Was kann schief gehen?**



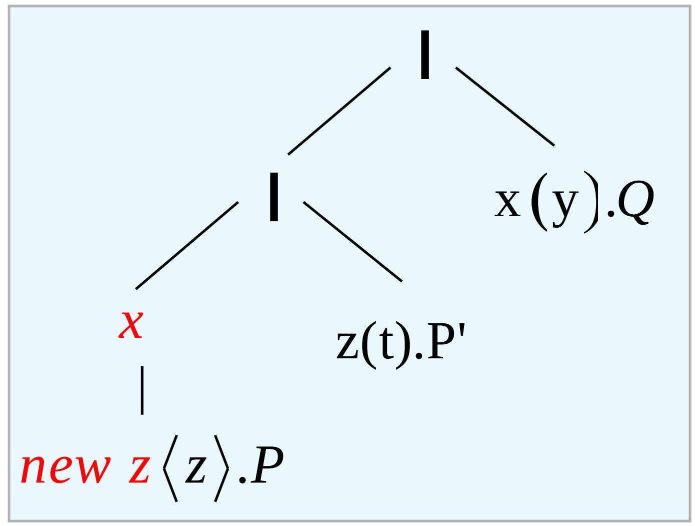
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{C}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{C}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- **Was kann schief gehen?**



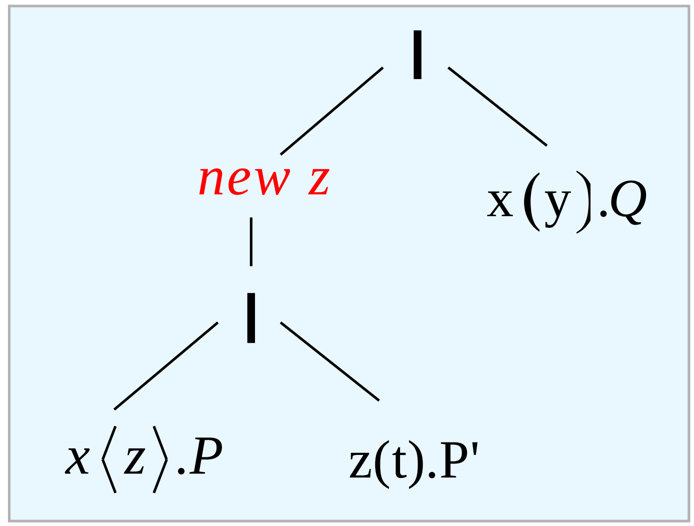
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- **Was kann schief gehen?**



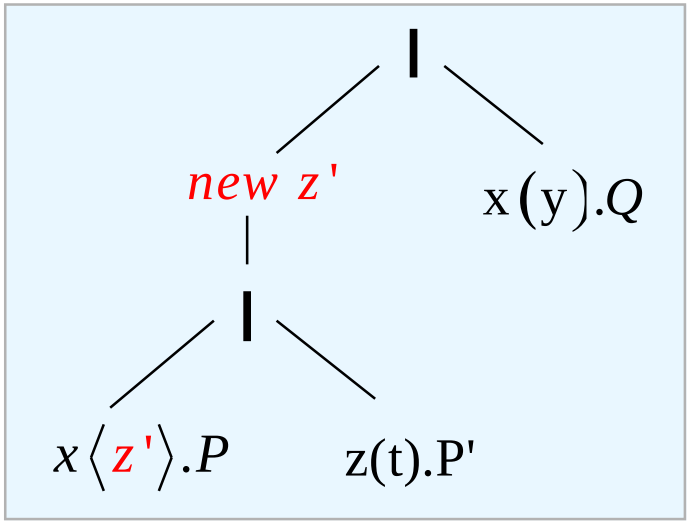
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- **Was kann schief gehen?**



ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q}$$

- **Definition von A|Q**

$$((\vec{x}).\text{P})|\text{Q} \doteq (\vec{x}).\text{P}|\text{Q}$$

$$\text{new } \vec{x} \langle \vec{y} \rangle.\text{P} \mid \text{Q} \doteq \text{new } \vec{x} \ \langle \vec{y} \rangle.(\text{P} \mid \text{Q})$$

$\vec{x}$ nicht frei in Q

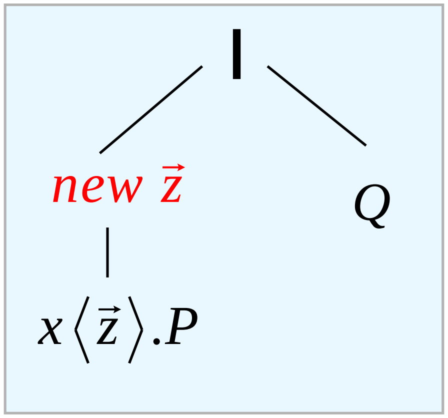
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}} : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}} : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q}$$

- Definition von A|Q



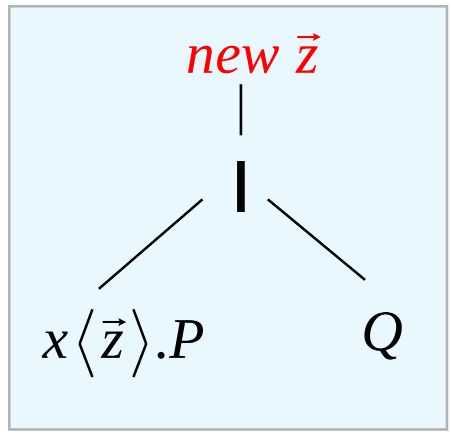
ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\mathrm{C}} : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\bar{x}} C}{P \,|\, Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\mathrm{C}} : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \,|\, Q \xrightarrow{\alpha} A \,|\, Q}$$

- **Definition von A|Q**



ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_C : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q}$$

$$\text{RES}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A \quad \mathit{if}\ \alpha \notin \{x, \overline{x}\}}{\mathit{new}\ x\ P \xrightarrow{\alpha} ?}$$

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q}$$

$$\text{RES}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A \quad if\, \alpha \notin \{x, \overline{x}\}}{new\ x\ P \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- Definition von new z A

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_C : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{L-PAR}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q}$$

$$\text{RES}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A \quad \mathit{if}\ \alpha \notin \{x, \overline{x}\}}{\mathit{new}\ x\ P \xrightarrow{\alpha} ?}$$

- **Definition von new z A** *(z nicht frei in x)*

$$\text{new } z\ ((\vec{x}).\text{P}) \doteq (\vec{x}).\text{new } z\ \text{P}$$

$$\text{new } z\ (\text{new } \vec{x}\ \langle \vec{y} \rangle.\text{P}) \doteq \begin{cases} \text{new } \overrightarrow{zx}\ \langle \vec{y} \rangle.\text{P} & \text{if } z \in \vec{y} \\ \text{new } \vec{x}\ \langle \vec{y} \rangle.\text{new } z\ \text{P} & \text{sonst} \end{cases}$$

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\mathrm{REP1_C}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{!P \xrightarrow{\alpha} A \mid !P}$$

$$\mathrm{REP2_C}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad P \xrightarrow{\overline{x}} C}{!P \xrightarrow{\tau} (F @ C) \mid !P}$$

- **Replikation**

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\mathrm{REP1_C}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{!P \xrightarrow{\alpha} A \,|\, !P}$$

$$\mathrm{REP2_C}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad P \xrightarrow{\overline{x}} C}{!P \xrightarrow{\tau} (F @ C) \,|\, !P}$$

$$\mathrm{REP_C}: \frac{P \,|\, !P \xrightarrow{\alpha} A}{!P \xrightarrow{\alpha} A}$$

- **Vereinfachen zu einer Regel**
- **P|!P** und **!P** haben die gleichen Übergänge

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\bar{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{RES}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{new\ x\ P \xrightarrow{\alpha} new\ x\ \mathrm{A}} \quad if\, \alpha \notin \{\mathrm{x}, \bar{\mathrm{x}}\}$$

$$\text{L-PAR}_{\text{C}}: \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q}$$

$$\text{SUM}_{\text{C}}: M + \alpha A + N \xrightarrow{\alpha} A$$

$$\text{REP}_{\text{C}}: \frac{P \mid !P \xrightarrow{\alpha} A}{!P \xrightarrow{\alpha} A}$$

ÜBERGÄNGE

ÜBERGANGS-REGELN

$$\text{L-REACT}_C : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C} \qquad \text{R-REACT}_C : \frac{P \xrightarrow{\overline{x}} C \quad Q \xrightarrow{x} F}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} F @ C}$$

$$\text{RES}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{new\ x\ P \xrightarrow{\alpha} new\ x\ \mathrm{A}} \quad if\, \alpha \notin \{\mathrm{x}, \overline{\mathrm{x}}\}$$

$$\text{L-PAR}_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid Q} \qquad \text{R-PAR}_C : \frac{Q \xrightarrow{\alpha} A}{P \mid Q \xrightarrow{\alpha} A \mid P}$$

$$\text{SUM}_C : M + \alpha A + N \xrightarrow{\alpha} A$$

$$\text{REP}_C : \frac{P \mid !P \xrightarrow{\alpha} A}{!P \xrightarrow{\alpha} A}$$

ÜBERGÄNGE

ÜBERÄNGE vs. REAKTION

- Reaktionsrelation $\longrightarrow$ und die Übergangsregel $\xrightarrow{\tau}$ stimmen bis auf Kongruenz überein

$$P \xrightarrow{\tau} \equiv P' \quad g.d.w. \; P \longrightarrow P'$$

ÜBERGÄNGE

INFERENZBEISPIEL

- **Beispiel**

$$\frac{}{y(z).P \mid new\ x(\bar{y}\langle x\rangle.Q + \bar{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}$$

ÜBERGÄNGE

INFERENZBEISPIEL

- **Beispiel**

$$\frac{\dfrac{}{y(z).P \xrightarrow{y} (z).P}\ \textbf{SUMc}}{y(z).P \mid new\ x(\bar{y}\langle x\rangle.Q + \bar{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}$$

ÜBERGÄNGE

INFERENZBEISPIEL

- **Beispiel**

$$\dfrac{\dfrac{}{y(z).P \xrightarrow{y} (z).P}\ \textbf{SUMc} \qquad new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}{y(z).P \mid new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}$$

ÜBERGÄNGE

INFERENZBEISPIEL

- **Beispiel**

$$\dfrac{\dfrac{}{y(z).P \xrightarrow{\;y\;} (z).P}\,\textbf{SUMc} \qquad \dfrac{\dfrac{}{\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R \xrightarrow{\;\overline{y}\;} \langle x\rangle.Q}\,\textbf{SUMc}}{new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}}{y(z).P \mid new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}$$

ÜBERGÄNGE

INFERENZBEISPIEL

- **Beispiel**

$$\dfrac{\dfrac{}{y(z).P \xrightarrow{y} (z).P}\ \text{SUMc} \qquad \dfrac{\dfrac{}{\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R \xrightarrow{\overline{y}} \langle x\rangle.Q}\ \text{SUMc}}{new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \xrightarrow{\overline{y}} new\ x\langle x\rangle.Q}\ \text{RESc}}{y(z).P \mid new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \longrightarrow}$$

ÜBERGÄNGE

INFERENZBEISPIEL

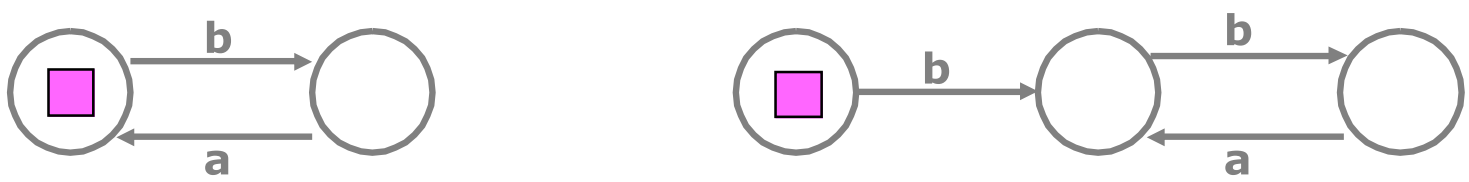
- **Beispiel**

$$\dfrac{\dfrac{}{y(z).P \xrightarrow{y} (z).P}\ \text{SUMc} \qquad \dfrac{\dfrac{}{\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R \xrightarrow{\overline{y}} \langle x\rangle.Q}\ \text{SUMc}}{new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \xrightarrow{\overline{y}} new\ x\langle x\rangle.Q}\ \text{RESc}}{y(z).P \mid new\ x(\overline{y}\langle x\rangle.Q + \overline{w}\langle v\rangle.R) \xrightarrow{\tau} new\ x(\{x/z\}P \mid Q)}\ \text{L-REACTc}$$

STARKE BISIMULATION

DEFINITION

- Das Bisimulationsspiel

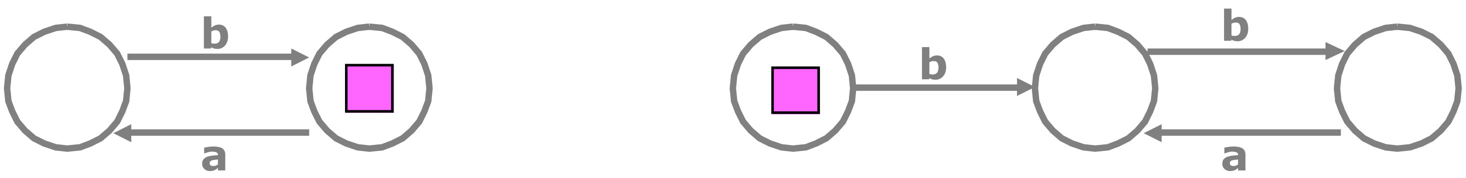


Spieler A bewegt Stein 1 über b

STRENGE BISIMULATION

DEFINITION

- Das Bisimulationsspiel

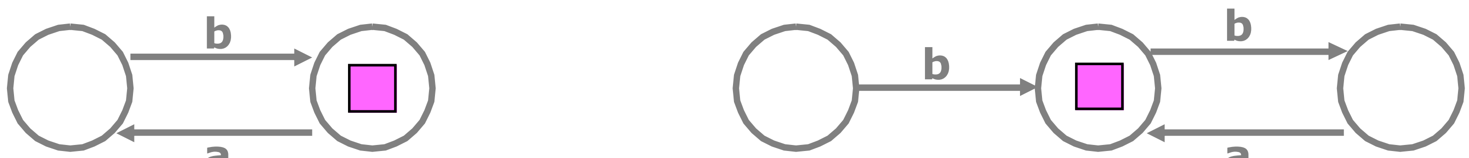


Spieler B antwortet mit Stein 2 über b

STRENGE BISIMULATION

DEFINITION

- Das Bisimulationsspiel

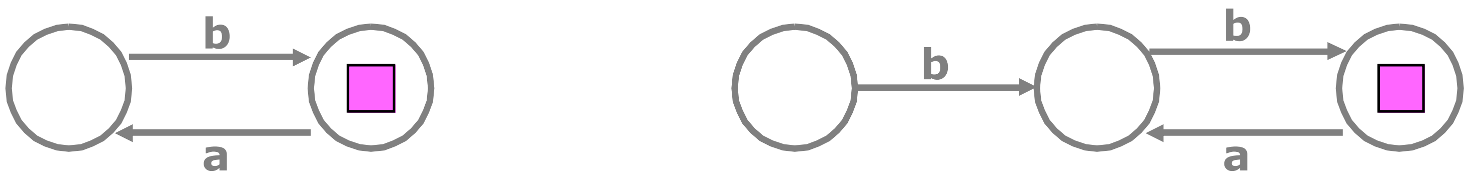


Spieler 1 bewegt Stein 2 über b

STRENGE BISIMULATION

DEFINITION

- Das Bisimulationsspiel



Spieler 2 kann nicht bewegen => verliert!

STARKE BISIMULATION

DEFINITION

- **Wie bei CCS übertragen wir starke Bisimulation auf unser Modell**

Eine binäre Relation S über die Prozessmenge

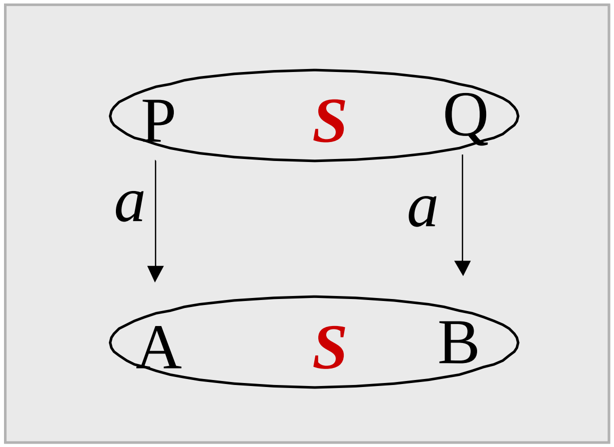
heißt strenge Simulation, wenn aus PSQ folgt

$$\mathrm{P} \xrightarrow{\alpha} A \Rightarrow \exists B, so\ dass\ \mathrm{Q} \xrightarrow{\alpha} B\ und\ BSA$$

STARKE BISIMULATION

DEFINITION

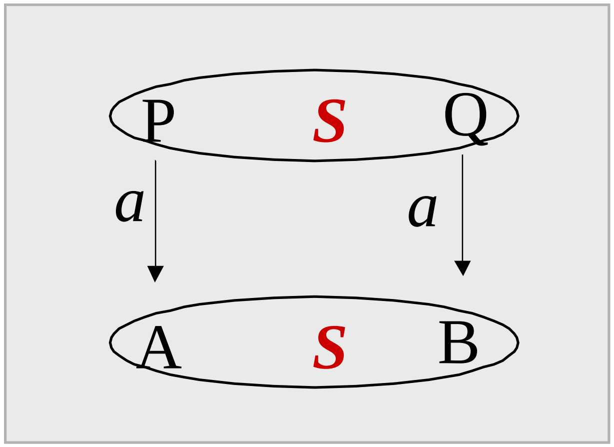
- Wie bei CCS übertragen wir starke Bisimulation auf unser Modell



STARKE BISIMULATION

DEFINITION

- **Wie bei CCS übertragen wir starke Bisimulation auf unser Modell**

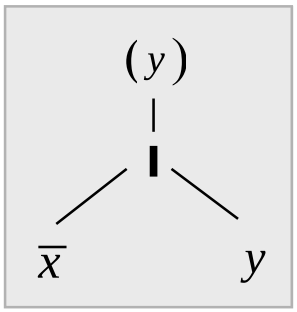


- Problem: Relation auf Prozessen nicht Agenten definiert

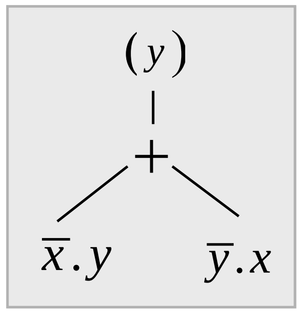
STARKE BISIMULATION

DEFINITON

- Erster Versuch: Ziehe Relation auf Prozesse runter



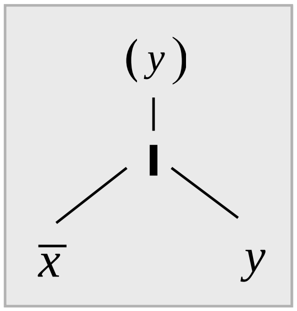
S



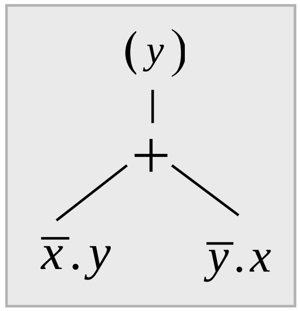
STARKE BISIMULATION

DEFINITON

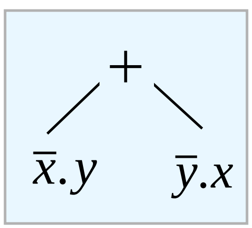
- Erster Versuch: Ziehe Relation auf Prozesse runter



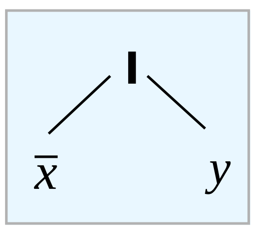
S



- äquivalent wenn Prozesse äquivalent



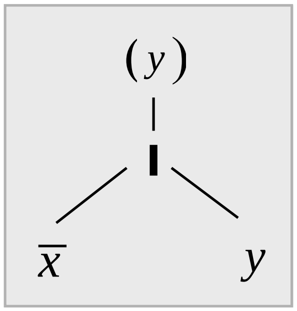
S



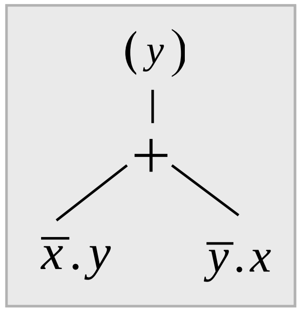
STARKE BISIMULATION

DEFINITON

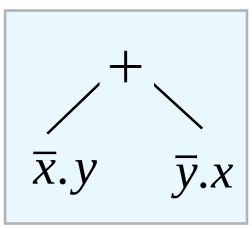
- Erster Versuch: Ziehe Relation auf Prozesse runter



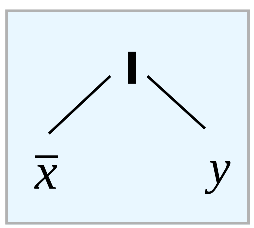
S



- äquivalent wenn Prozesse äquivalent



S



- **Wenn man jedoch x für y einsetzt, erhält man**

$$\overline{x} \mid x \not\sim \overline{x}.x + \overline{x}.x$$

STARKE BISIMULATION

DEFINITON

- **Definiere Relation auf Abstraktionen F, G als**

FSG bedeutet für alle $\vec{y}$, $F\langle\vec{y}\rangle$ S $\mathrm{G}\langle\vec{y}\rangle$ F und G besitzen gleiche Wertigkeit

STARKE BISIMULATION

DEFINITON

- **Bleiben die Relationen auf Konkretisierungen C, D zu definieren**

$$CSD \quad \text{bedeutet} \quad C = new\, \vec{z}\langle \vec{y} \rangle.P \text{ und } D = new\, \vec{z}\langle \vec{y} \rangle.Q, \text{ so dass } PSQ$$

STARKE BISIMULATION

DEFINITON

- **Bleiben die Relationen auf Konkretisierungen C, D zu definieren**

CSD bedeutet $C = new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.P$ und $D = new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.Q,$ so dass PSQ

- Diese Definition schränkt die Äquivalenz zu stark ein:

$$new\ yx\ \langle yx\rangle.x \not\sim new\ xy\ \langle yx\rangle.x$$

STARKE BISIMULATION

DEFINITON

- **Bleiben die Relationen auf Konkretisierungen C, D zu definieren**

CSD bedeutet $C = new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.P$ und $D = new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.Q,$ so dass PSQ

- Diese Definition schränkt die Äquivalenz zu stark ein:

$$new\ yx\ \langle yx\rangle.x \not\sim new\ xy\ \langle yx\rangle.x$$

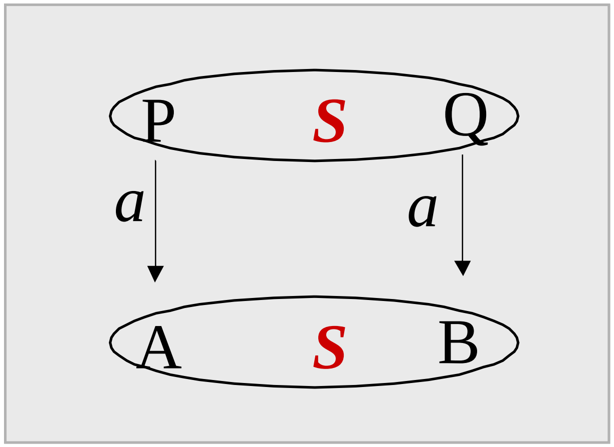
- Benutze Kongruenz zur Umbenennung gebundener Namen:

CSD bedeutet $C \equiv new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.P$ und $D \equiv new\ \vec{z}\langle\vec{y}\rangle.Q,$ so dass PSQ

STARKE BISIMULATION

DEFINITION

- **Wie bei CCS übertragen wir starke Bisimulation auf unser Modell**



Wenn S und die dazu inverse Relation starke *Simulationen sind, heißt S **starke Bisimulation***

STARKE ÄQUIVALENZ

DEFINITON

- **Definition der starken Äquivalenz**

Zwei Prozesse P, Q heißen **stark äquivalent**,
wenn eine stark Bisimulation S existiert mit PSQ.

STARKE ÄQUIVALENZ

EIGENSCHAFTEN VON ~

- **~ ignoriert parallele Komposition**
  - anders formuliert: alle Prozesse sind zu einer Normalform äquivalent

$$P \sim \sum \{\alpha A \mid P \xrightarrow{\alpha} A\}$$

STARKE ÄQUIVALENZ

EIGENSCHAFTEN VON ~

- **~ ignoriert unerreichbare Namen**
  - Beispiel

$$(new\ x)\ !xF \sim 0 \quad bzw \quad (new\ x)\ !\overline{x}C \sim 0$$

  - ~ ist also eine Art Garbage-Collector

STARKE ÄQUIVALENZ

EIGENSCHAFTEN VON ~

~ unter Substitution nicht stabil!

- Folgende Äquivalenz gilt $\overline{x} \mid y \sim \overline{x}.y + \overline{y}.x$

  Mit $S = \{(\overline{x} \mid y, \overline{x}.y + \overline{y}.x), (y, y), (\overline{x}, \overline{x}), (0,0)\}$ offensichtlich als Bisimulation

- Wenn wir aber y durch x substituieren, verlieren wir die Äquivalenz $\overline{x} \mid x \nsim \overline{x}.x + \overline{x}.x$

KONGRUENZ

ZUSAMMENFASSUNG

LITERATUR

COMMUNICATING AND MOBILE SYSTEMS: THE PI-CALCULUS Robin Milner, Cambridge University, Cambridge 1999

THE PI-CALCULUS : A THEORY OF MOBILE PROCESSES Davide Sangiorgi, INRIA Sophia Antipolis and David Walker University of Oxford, Cambridge University Press 2001

DANKE

STARKE ÄQUIVALENZ

BEISPIEL FÜR ~

- **Replizierte Ressourcen**
  - Ein Prozess besitzt eine bestimmte Ressource:

$$\text{new } (P_1 \mid !xF)$$

  - Gilt folgende starke Äquivalenz?

$$\text{new } (P_1 \mid P_2 \mid !xF) \sim \text{new } (P_1 \mid !xF) \mid \text{new } (P_2 \mid !xF)$$

STARKE ÄQUIVALENZ

BEISPIEL FÜR ~

Replizierte Ressourcen

- Gilt folgende starke Äquivalenz?

$$\text{new } (P_1 \mid P_2 \mid !xF) \sim \text{new } (P_1 \mid !xF) \mid \text{new } (P_2 \mid !xF)$$

- Nein, weil x auch zur Kommunikation zwischen Prozessen missbraucht werden kann

$$\text{new } x\ (x \mid \overline{x} \mid !x.\overline{x}) \not\sim \text{new } x\ (x \mid !x.\overline{x}) \mid \text{new } x\ (\overline{x} \mid !x.\overline{x})$$

STARKE ÄQUIVALENZ

BEISPIEL FÜR ~

Replizierte Ressourcen

- Gilt folgende starke Äquivalenz?

$$\text{new } (P_1 \mid P_2 \mid !xF) \sim \text{new } (P_1 \mid !xF) \mid \text{new } (P_2 \mid !xF)$$

- Nein, weil x auch zur Kommunikation zwischen Prozessen missbraucht werden kann

$$\text{new } x\ (x \mid \overline{x} \mid !x.\overline{x}) \not\sim \text{new } x\ (x \mid !x.\overline{x}) \mid \text{new } x\ (\overline{x} \mid !x.\overline{x})$$

$$\text{new } x\ (x \mid \overline{x} \mid !x.\overline{x}) \xrightarrow{\tau} \equiv \text{new } (!x.\overline{x}) \sim 0$$

$$\text{new } x\ (x \mid !x.\overline{x}) \mid \text{new } x\ (\overline{x} \mid !x.\overline{x}) \xrightarrow{\tau} \equiv \text{new } x\ (\overline{x} \mid !x.\overline{x})$$

$$\xrightarrow{\tau} \equiv \text{new } x\ (\overline{x} \mid !x.\overline{x})$$