1. Probeklausur
Programmierung 1
Wintersemester 2012/13

Das Team der Tutoren

08. Dezember 2012

Name

Matrikelnummer

Bitte öffnen Sie das Klausurheft erst dann, wenn Sie dazu aufgefordert werden.

Prüfen Sie dann zuerst, ob Sie alle **14** Seiten dieser Klausur erhalten haben.

Hilfsmittel sind nicht zugelassen. Am Arbeitsplatz dürfen nur Schreibgeräte, Getränke, Speisen und Ausweise mitgeführt werden. Taschen und Jacken müssen an den Wänden des Klausursaals zurückgelassen werden. Mobiltelefone sind ebenfalls dort ausgeschaltet aufzubewahren.

Das Verlassen des Saals ohne Abgabe des Klausurhefts gilt als Täuschungsversuch.

Wenn Sie während der Bearbeitung zur Toilette müssen, geben Sie bitte Ihr Klausurheft bei der Aufsicht ab. Es kann immer nur eine Person zur Toilette.

Alle Lösungen müssen auf den bedruckten rechten Seiten des Klausurhefts notiert werden. Die leeren linken Seiten dienen als Platz für Skizzen und werden **nicht korrigiert.** Notizpapier ist nicht zugelassen. Sie können mit Bleistift schreiben.

Für die Bearbeitung der Klausur stehen 90 Minuten zur Verfügung. Insgesamt können 90 Punkte erreicht werden. Zum Bestehen der Klausur genügen 45 Punkte.

Bitte legen Sie zur Identifikation Ihren Personalausweis bzw. Reisepass sowie Ihren Studierendenausweis neben sich.

Viel Erfolg!

Bitte lesen
Wir versuchen euch mit dieser Probeklausur eine Vorstellung von Ablauf und Aussehen der Klausur in Programmierung 1 zu geben. Dennoch ist sie, insbesondere was Stoffauswahl und erlaubte Hilfsmittel betrifft, nicht repräsentativ für die Klausur.

Während der Probeklausur dürfen Sie die linken Seiten der Klausur zum Schreiben benutzen.

1	2	3	4	5	6	7	8
10	13	9	23	9	10	16	(10)

Summe
$90 + 10$

Note

Hinweise

Folgende Prozeduren sind vordeklariert und dürfen benutzt werden, falls nicht anders angegeben:

- $iter : int \to \alpha \to (\alpha \to \alpha) \to \alpha$
- $first : int \to (int \to bool) \to int$
- $explode : string \to char\ list$
- $implode : char\ list \to string$
- $map : (\alpha \to \beta) \to \alpha\ list \to \beta\ list$
- $length : \alpha\ list \to int$
- $rev : \alpha\ list \to \alpha\ list$
- $Int.compare : (int * int) \to order$
- $Int.min : (int * int) \to int$
- $Int.max : (int * int) \to int$
- $null : \alpha\ list \to bool$
- $hd : \alpha\ list \to \alpha$
- $tl : \alpha\ list \to \alpha\ list$
- $op:: : \alpha * \alpha\ list \to \alpha\ list$
- $op@ : \alpha\ list * \alpha\ list \to \alpha\ list$
- $op+ : (int * int) \to int$
- $op- : (int * int) \to int$
- $foldl : (\alpha * \beta \to \beta) \to \beta \to \alpha\ list \to \beta$
- $foldr : (\alpha * \beta \to \beta) \to \beta \to \alpha\ list \to \beta$
- $List.concat : \alpha\ list\ list \to \alpha\ list$

Sie dürfen Prozeduren aus vorangehenden Aufgaben oder Aufgabenteilen nutzen, selbst wenn Sie diese Aufgabe nicht gelöst haben.

Aufgabe 1: Zum Aufwärmen

Teilaufgabe 1.1 (*Fast bekannt*) **3 Punkte**
Deklarieren Sie eine Prozedur *supercas*, die eine übergebene kartesische Prozedur in eine kaskadierte Prozedur umwandelt. Ihre Prozedur soll das Typschema $supercas : (\alpha * \beta * \gamma \to \delta) \to \alpha \to \beta \to \gamma \to \delta$ haben.

Teilaufgabe 1.2 (*Mengen hoch zwei*) **4 Punkte**
Deklarieren Sie eine Prozedur $powerlist : \alpha\, list \to \alpha\, list\, list$, die die Potenzmenge einer gegebenen Liste berechnet.

Teilaufgabe 1.3 (*Eigentlich ganz einfach*) **3 Punkte**
Ein Palindrom ist ein Wort, das von vorne und von hinten gelesen identisch ist, z.B. „OTTO“.

Schreiben Sie eine Prozedur $palindrom : string \to bool$, die prüft, ob ein Wort ein Palindrom ist.

Hinweis: Ihre Prozedur soll Groß- und Kleinschreibung beachten, „Otto“ soll also nicht als Palindrom erkannt werden.

Aufgabe 2: Programmiersprachliches

Teilaufgabe 2.1 (*Lexikalische Bindungen*) **4 + 1 Punkte**
Betrachten Sie die folgende Prozedurdeklaration:

```
fun g (x:int) = (fn x => let val x = f x in f (x+1) end) x
```

(a) Geben Sie die Baumdarstellung zu der oben in Zeichendarstellung gegebenen Prozedurdeklaration an.

(b) Bereinigen Sie die Prozedurdeklaration durch konsistente Umbenennung der gebundenen Bezeichner.

Teilaufgabe 2.2 (*Semantische Bindungen*) **5 Punkte**
Gegeben seien folgende Deklarationen:

```
val f = let val a = 7 in fn x => if x = 1337 then 2*a else 42 end
fun g (x : int) (y : int) : bool = g (f x) y
```

Geben Sie an, wozu der Ausdruck $g\ (f\ 1337)$ auswertet.

Hinweis: Sie dürfen auf bereits angegebene Zwischenergebnisse verweisen.

Teilaufgabe 2.3 (*Typen, hurra!*) **3 Punkte**
Geben Sie eine geschlossene Abstraktion an, die den folgenden Typ hat. Verzichten Sie dabei auf die Angabe von Konstanten und explizite Typangaben.

$(\alpha * \text{`}\beta \to \gamma) \to (\text{`}\beta \to \alpha) \to \text{`}\beta \to \mathit{bool} \to \gamma$

Aufgabe 3: Rekursion und Endrekursion, Iteration

Teilaufgabe 3.1 (*Rekursion und Endrekursion*) **2 + 3 + 1 Punkte**
Betrachten Sie die folgende Prozedur:

```
fun f x = let
            fun g x = if x = 0 then 1 else if x mod 2 = 0 then f (x-1) else 2 * g (x-1)
          in g x end
```

(a) Zu welchen Werten werten die Prozeduraufrufe $f\,1$, $f\,4$ und $f\,5$ aus?

(b) Geben Sie eine endrekursive Prozedur $h : (int * int) \to int$ an, so dass $f\,x$ und $h\,(1, x)$ für alle Werte von x zum gleichen Wert auswerten.

(c) Deklarieren Sie mit h eine Prozedur i, die selbst nicht rekursiv ist, so dass f und i semantisch äquivalent sind.

Teilaufgabe 3.2 (*Knobeln mit iter*) **3 Punkte**
Deklarieren Sie eine nicht rekursive Prozedur $iterfac : int \to int\,list$, so dass $iterfac\,n$ für $n \geq 1$ zur Liste $[1!, 2!, 3!, ..., n!]$ auswertet. Verwenden Sie keine Hilfsprozedur außer *iter*.

Aufgabe 4: Listen und Sortierung

Teilaufgabe 4.1 (*ICE*) **4 Punkte**
Betrachten Sie folgende Prozedurdeklaration:

```
fun f  nil      = nil
  | f (x :: xs) = (f xs) @ [x, x+1]
```

Schreiben Sie eine semantisch äquivalente Prozedur g, die ohne Konkatenation von Listen auskommt.

Teilaufgabe 4.2 (*Sortieren durch Mischen*) **7 Punkte**
Ergänzen Sie die folgende Deklaration, die Sortieren durch Mischen implementiert:

```
fun merge cmp  xs      nil    =

  | merge cmp  nil     ys     =

  | merge cmp (x::xr) (y::yr) = case                    of

                                  GREATER =>

                                | LESS    =>

                                | EQUAL   =>

fun split xs = foldl (fn (x, (ys, zs)) =>                ) (nil, nil) xs

fun msort cmp []  =

  | msort cmp [x] =

  | msort cmp xs  = let val (ys, zs) =

                    in  merge cmp (msort cmp ys) (msort cmp zs) end
```

Teilaufgabe 4.3 (*Ein wenig komplizierter*) **3 + 3 + 4 + 2 Punkte**

Wenn wir jetzt mit *msort* die Liste $[(1,a),(7,a),(4,a),(7,b),(3,d),(1,b),(4,b)$ nach den ersten Stellen der Tupel sortieren, so könnten wir folgendes Ergebnis erhalten:

$$[(1,b),(1,a),(3,d),(4,a),(4,b),(7,b),(7,a)]$$

Wie Sie sehen, wurde die Reihenfolge der gleichen Elemente nicht beibehalten. Ein Algorithmus, der diese Reihenfolge immer beibehält, heißt *stabil*. Wir werden im Folgenden versuchen, Sortieralgorithmen stabil zu machen.

Ein stabiler Algorithmus müsste die erste Beispielliste wie folgt sortieren:

$$[(1,a),(1,b),(3,d),(4,a),(4,b),(7,a),(7,b)]$$

(a) Schreiben Sie eine Prozedur $positions : \alpha\ list \to (\alpha * int)\ list$, die jedem Element der Eingabeliste seine Position zuordnet. Beginnen Sie mit 0.

Beispiel: $positions\ [a,b,c,d] = [(a,0),(b,1),(c,2),(d,3)]$

(b) Schreiben Sie eine Prozedur $oldlist : (\alpha * \beta)\ list \to \alpha\ list$, so dass für alle Listen xs gilt: $oldlist\ (positions\ xs) = xs$

Beispiel: $oldlist\ [(a,0),(b,1),(c,2),(d,3)] = [a,b,c,d]$

(c) Schreiben Sie eine Vergleichsprozedur $modifycompare : (\alpha * \beta \to order) \to (\alpha * int) * (\beta * int) \to order$. Diese nimmt eine Vergleichsprozedur *compare* und zwei Tupel (a, n) und (b, m).

Ihre Prozedur soll die Tupel anhand ihrer ersten Komponenten mit der gegebenen Vergleichsprozedur vergleichen. Falls die ersten Stellen gleich sind, soll nach der zweiten Stelle sortiert werden.

(d) Schreiben Sie nun eine Prozedur *stability*, die eine gegebene Sortierprozedur $sort : (\alpha * \alpha \to order) \to \alpha\ list \to \alpha\ list$) stabilisiert.

```
fun stability sort (compare : 'a * 'a -> order) (xs : 'a list) : 'a list =
```

Aufgabe 5: Umgebungen und Fehler

Teilaufgabe 5.1 (*Umgebungen*) **4 + 2 Punkte**

Wir benutzen im Folgenden die Typsynonyme *var* und *env*, die wie in der Vorlesung definiert sind:

```
type var = string
type env = var -> int
```

Außerdem sei folgende Ausnahme vordefiniert:

```
exception Unbound
```

(a) Schreiben Sie eine Prozedur $getValue : env \to var \to option\ int$, die eine Prozedur und einen Bezeichner nimmt. Ist der Bezeichner in der Umgebung an v gebunden, soll $SOME\ v$ ausgegeben werden, sonst soll $NONE$ ausgegeben werden.

(b) Geben Sie einen Ausdruck an, der zu einer Umgebung auswertet, in der alle Bezeichner, die mehr als 10 Zeichen haben, an 42 gebunden sind. Alle anderen Bezeichner sollen ungebunden bleiben.

Tipp: Nutzen Sie *length* und *explode*.

Teilaufgabe 5.2 (*Test von Argumenten*) **3 Punkte**

Schreiben Sie eine Prozedur $check : (\alpha \to \beta) \to \alpha\ list \to bool$. Dieser wird eine Prozedur f sowie eine Liste von Argumenten übergeben. Ihre Prozedur soll nun überprüfen, ob beim Anwenden von f auf eines dieser Argumente eine Ausnahme geworfen wird. In diesem Fall sollen Sie *true* zurückgeben, sonst $false$.

Benutzen Sie weder Hilfsprozeduren noch Konditionale.

Aufgabe 6: Konstruktoren und Ausnahmen

Teilaufgabe 6.1 (*Logische Ausdrücke*) **2 + 4 + 4 Punkte**

Im Folgenden sehen Sie die Datentypen *mybool* und *lexp*, die logische Ausdrücke darstellen:

```
datatype mybool = True | False
datatype lexp = C of mybool | Not of lexp | And of lexp * lexp | Or of lexp * lexp
```

Dabei steht *and* für das logische Und ($\wedge$) und *or* für das logische Oder ($\vee$). *Not* steht für die boolesche Negation ($\neg$).

(a) Schreiben Sie eine Prozedur $neg : mybool \to mybool$, die die boolesche Negation ($\neg$) realisiert.

(b) Wenn in einem logischen Ausdruck zwei Negationen direkt aufeinander folgen, lassen sich diese entfernen, denn es gilt: $\neg\neg\varphi = \varphi$

Schreiben Sie eine Prozedur $dNeg : lexp \to lexp$, die doppelte Negationen in einem Ausdruck und allen seinen Teilausdrücken entfernt.

Beispiel: $dNeg(\neg(\neg\neg true \wedge false))$ soll auswerten zu $\neg(true \wedge false)$

(c) Da wir in unseren logischen Ausdrücken keine Variablen, sondern nur Konstanten erlaubt haben, können wir den Wahrheitswert jedes Ausdrucks berechnen.

Geben Sie eine Prozedur $eval : lexp \to mybool$ an, der den Wahrheitswert eines Ausdruckes berechnet.

Aufgabe 7: Bäume

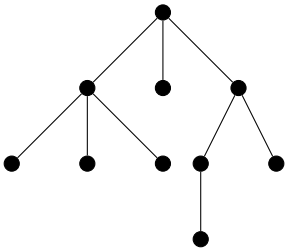
Teilaufgabe 7.1 (*Im Wald*) **3 Punkte**

(a) Geben Sie *einen* Baum mit Größe 6 und Tiefe 4 an.

Wie viele solche Bäume gibt es?

Teilaufgabe 7.2 (*Linearisierungen*) **2 Punkte**

Geben Sie die Postlinearisierung dieses Baumes an:



Teilaufgabe 7.3 (*Minimierung*) **4 Punkte**

Schreiben Sie eine Prozedur $findmin : int\,ltr \to int$, die das minimale Element eines markierten Baumes zurückgibt.

Teilaufgabe 7.4 (*Wir lieben Bäume!*) **4 Punkte**
Schreiben Sie eine Prozedur $postlin : tree \to int\,list\,list$, die die Adressen eines Baums in Postordnung liefert.

Teilaufgabe 7.5 (*Für SML-Magier und Zauberlehrlinge*) **3 Punkte**
Deklarieren Sie eine Prozedur $parsePreLin : int\,list \to tree$, die aus einer gegebenen Prälinearisierung den Baum rekonstruiert.

Wenn die übergebene Liste keine gültige Prälinearisierung ist, soll eine beliebige Exception geworfen werden.

Aufgabe 8: Mathematische Prozeduren (Zusatz)

Hinweis: Da die Aufgaben zu Kapitel 9 in den Übungen noch nicht hinreichend besprochen wurden, ist dies nur eine Zusatzaufgabe. Für die echte Klausur ist dieses Kapitel aber relevant.

Teilaufgabe 8.1 (*Korrektheitssatz*) **2 + 2 + 1 + 5 Punkte**

(a) Gegeben sei folgende mathematische Prozedur:

$$
\begin{aligned}
&p : (\mathbb{N} \times \mathbb{Z}) \to \mathbb{Z} \\
&p\,(0, y) \;=\; 0 \\
&p\,(x, y) \;=\; p(x-1, y) + y \quad \text{für } x > 0
\end{aligned}
$$

Geben Sie ein Ausführungsprotokoll für $p(3, 7)$ an.

(b) Geben Sie die Rekursionsrelation zu p an.

(c) Geben Sie die Ergebnisfunktion f von p an.

(d) Beweisen Sie mit dem Korrektheitssatz, dass die Prozedur p die Ergebnisfunktion f berechnet.

Hinweis: Denken Sie daran, *alle* zur Anwendung des Korrektheitssatzes notwendigen Voraussetzungen zu beweisen.

Nutzen Sie die linke Seite für Ihre Lösung.