

Programmierung 1 (Wintersemester 2012/13)

Erklärung 6 (Laufzeit)

Hinweis: Dieses Blatt enthält eine zusätzliche Erklärung erstellt von den Tutoren. Für die Richtigkeit besteht daher keine Gewähr.

*Die Erklärung sowie ihr Thema sind weder für die Klausur relevant noch irrelevant.
Die ursprüngliche Erklärung stammt aus dem Wintersemester 11/12.*

1 Was ist eine Größenfunktion?

Stellen Sie sich vor, Sie hätten eine rekursive Prozedur p entwickelt. Beim Experimentieren fällt auf, dass p für gewisse Argumente gleich oder *ähnlich* schnell zu einem Ergebnis kommt. Es gilt nun, diese Argumente mit gleichem bzw. ähnlichem Verhalten in Gruppen zusammen zu fassen. Das ist in etwa so, als würde man alle Argumente mit ähnlichem Verhalten in eine Schublade stecken.

Wir haben also nun (un)endlich viele Schubladen, welche jeweils (un)endlich viele Argumente beinhalten. Ziel ist es nun, zu einer Prozedur das Kriterium herauszufinden, nach welchem wir die Argumente einer Schublade zuweisen. Betrachtet man zum Beispiel eine Listenprozedur, so ist es oft egal, wie die einzelnen Elemente der Liste genau aussehen. Wichtig ist nur die Länge der Liste. Man sollte hier also Listen gleicher Länge in die gleiche Schublade stecken.

Die Länge der Liste wird nun genutzt, um die Schubladen zu etikettieren. Die Schublade, die Listen der Länge 2 enthält, bekommt also das Etikett "2", die Schublade mit Listen der Länge 3 das Etikett "3". Die Etikettierung ist das, was die Größenfunktion uns liefert.

2 Gibt es nur eine Größenfunktion?

Wie man die Etikettierung letzten Endes vornimmt, ist zunächst nicht genauer festgelegt. Ob man hier die Länge der Liste nimmt, die doppelte Länge, das Quadrat der Länge etc. ist zunächst beliebig. Es kann also mehrere Größenfunktionen geben (wird es in der Regel auch). Um später jedoch einheitliche und sinnvolle Aussagen über die Laufzeit treffen zu können, empfiehlt es sich, eine möglichst einfache, sinnvolle Etikettierung zu wählen. Macht es bei einer Schublade, die nur Listen der Länge 4 enthält wirklich Sinn, die Schublade mit 8 oder 16 zu etikettieren? Wohl eher nicht...

Außerdem sollte man immer beachten, dass es für Größenfunktionen ein strenges, formales Kriterium gibt: Auf Seite 217f ist es nachzulesen. An unserem Schubladenmodell lässt es sich aber auch anschaulich erklären: Obwohl wir uns ja erlaubt haben, in eine Schublade unendlich viele Elemente hineinzustecken, muss es eine obere Schranke für die Laufzeit in dieser Schublade geben. Hierzu stelle man sich vor, Max und Moritz spielten ein Spiel: Max denkt sich eine Zahl z und Moritz versucht, in der Schublade ein Argument zu finden, für das p eine größere Laufzeit als z hat. Max gewinnt, wenn Moritz kein solches Argument in der Schublade finden kann. Unsere Etikettierung (also unsere Größenfunktion) muss so gewählt sein, dass Max für jede Schublade gewinnt.

3 Was ist nun die Laufzeitfunktion?

Wir wollen nun herausfinden, wie lange die Prozedur nun genau braucht, um für ein Argument aus einer bestimmten Schublade ein Ergebnis zu liefern. Die Anzahl der "Schritte", die für ein bestimmtes Argument von der Prozedur benötigt werden, nennt man die Laufzeit der Prozedur für dieses Argument. Die Laufzeitfunktion soll nun diese Laufzeit berechnen. Sie erhält dafür aber nicht das an die Prozedur

übergebene Argument, sondern lediglich das Etikett der Schublade, in der dieses Argument steckt. Nun kann es jedoch passieren, dass Argumente aus der selben Schublade leicht abweichende Laufzeiten haben. Wir berechnen daher mit der Laufzeitfunktion immer die *Worst-Case-Laufzeit*, also die Laufzeit für das Argument aus einer Schublade, das die größte Laufzeit hat.

4 Gibt es nur eine Laufzeitfunktion?

Prinzipiell ist die Worst-Case-Laufzeit natürlich einheitlich definiert. Da sie sich jedoch aus der Etikettierung berechnet - und dieser Punkt ist wirklich sehr wichtig (!!!) -, ändert sich bei einer anderen Größenfunktion (und somit einem anderen Etikett) natürlich auch die Laufzeitfunktion.